СПЕКТРЫ ФОТОННО-КРИСТАЛЛИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ С МОНОСЛОЕМ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ НАНОЧАСТИЦ

С. Г. Моисеев [1,2*], И. А. Глухов[1], В. А. Остаточников [1], А. П. Анзулевич [3], С. Н. Анзулевич [3]

УДК 535.3;620.3;548.0

[1] Ульяновский государственный университет,
432017, Ульяновск, ул. Л. Толстого, 42; Россия; e-mail: serg-moiseev@yandex.ru
[2] Институт радиотехники и электроники имени В. А. Котельникова Российской АН, Ульяновский филиал, Ульяновск, Россия
[3] Челябинский государственный университет, Челябинск, Россия

(Поступила 8 сентября 2017)

Методом Т-матриц рассчитаны спектры пропускания и отражения одномерной фотонно-кристаллической структуры со вставкой, представляющей собой монослой металлических наночастиц. Исследовано влияние параметров и местоположения монослоя на дефектные моды фотонной структуры.
Ключевые слова: *наноплазмоника, фотонный кристалл, дефектная мода, локализация излучения.*

The transmission and reflection spectra of a one-dimensional photonic crystal structure with an insert of a monolayer of metallic nanoparticles are calculated by the transfer-matrix method. The influence of the monolayer parameters and location on the defect modes of the photon structure is investigated.
Keywords: *nanoplasmonics, photonic crystal, defect mode, field localization.*

Введение. В последние годы особый интерес вызывают созданные на основе различных материалов фотонно-кристаллические структуры (ФКС) [1]. Вследствие периодической модуляции показателя преломления фотонный спектр этих структур обладает запрещенной зоной, в которой падающее излучение почти полностью отражается. Это свойство важно для практического применения, поскольку позволяет управлять оптическим излучением в системах передачи информации и в лазерной технике. Особое внимание уделяется структурам типа микрорезонатора Фабри—Перо, представляющим собой два брэгговских зеркала с дополнительным слоем между ними, нарушающим периодичность структуры [2—4]. Дефектный слой играет роль оптической микрополости (микрорезонатора), на которой можно локализовать поле световой волны, благодаря чему усиливаются эффекты взаимодействия излучения с веществом [5, 6]. Кроме того, посредством применения материалов и структур с управляемыми свойствами можно модифицировать фотонный спектр ФКС [7, 8].

В качестве материала микрополости фотонно-кристаллического резонатора предложено использовать металлодиэлектрические нанокомпозитные среды (трехмерные структуры), у которых в области плазмонного резонанса наблюдается сильная дисперсия оптических свойств [9—13]. Вместе с тем известно, что даже двумерные массивы (монослои) наночастиц (НЧ) характеризуется коэффициентами отражения и преломления, сравнимыми с такими коэффициентами для плоской границы раздела диэлектрических сред [14—17].

В настоящей работе показана возможность регулирования спектральными характеристиками ФКС за счет применения монослоя металлических НЧ сферической формы. Расчет спектров ФКС

SPECTRA OF THE PHOTONIC CRYSTAL STRUCTURE WITH A MONOLAYER OF METALLIC NANOPARTICLES

S. G. Moiseev [1,2 *], I. A. Glukhov [1], V. A. Ostatochnikov [1], A. P. Anzulevich [3], S. N. Anzulevich [3]
(*[1] Ulyanovsk State University, 42 L. Tolstogo Str., Ulyanovsk, 432017, Russia; e-mail: serg-moiseev@yandex.ru; [2] Kotelnikov Institute of Radio Engineering and Electronics, Russian Academy of Sciences, Ulyanovsk Branch, Ulyanovsk, Russia; [3] Chelyabinsk State University, Chelyabinsk, Russia*)

выполнен на основе модифицированного метода матриц переноса (метода Т-матриц), в котором инородный интерфейс (в данном случае монослой НЧ) описывается матрицей с параметрами, определяемыми из его спектров отражения и пропускания.

Передаточные матрицы ФКС с монослоем НЧ. Оптические характеристики плоской границы раздела двух материальных сред определяются френелевскими коэффициентами отражения и пропускания. Поскольку массив НЧ, расположенных в одной плоскости, взаимодействует с электромагнитной волной подобно плоской границе раздела двух сред, он также может рассматриваться как интерфейс с некоторыми собственными коэффициентами отражения и пропускания. Таким образом, для расчета отражательной и пропускной способностей одномерной плоскослоистой структуры с внедренным монослоем НЧ может применяться метод матриц переноса, но с учетом специфики рассеяния электромагнитной волны на монослое НЧ.

Пусть в слоистой среде имеется N интерфейсов, включая монослои НЧ. Интерфейсы ориентированы перпендикулярно оси z системы координат. Пространство между интерфейсами заполнено однородными изотропными средами с различными диэлектрическими проницаемостями ε_i ($i = 1,\ldots, N+1$). Толщины соответствующих слоев L_j ($j = 1,\ldots, N$). Среды с диэлектрическими проницаемостями ε_1 и ε_{N+1}, которые прилегают к рассматриваемой структуре, являются полубесконечными.

На слоистую структуру в направлении оси z падает плоская монохроматическая волна с частотой ω и напряженностью электрического поля $E(z,t) \sim \exp(i\omega(t - z/c))$, которая вследствие переотражений на интерфейсах создает встречные волны во всех слоях структуры. Для описания парциальных волн введем следующие обозначения: $E(z_i^-)$ и $E(z_i^+)$ — напряженность поля слева и справа от интерфейса с номером i. Индекс f припишем волне, распространяющейся “вперед” (в направлении падающей волны), индекс b — волне, распространяющейся “назад”. Согласно введенным обозначениям, на интерфейсе с номером s со стороны слоя с показателем преломления n_s напряженности полей распространяющихся навстречу друг другу волн $E_f(z_s^-)$ и $E_b(z_s^-)$. На том же интерфейсе со стороны слоя с показателем преломления n_{s+1} напряженности встречных волн $E_f(z_s^+)$ и $E_b(z_s^+)$.

Взаимосвязь полей на s-м интерфейсе (слева и справа от него) может быть представлена в виде матричного уравнения [18]:

$$\begin{pmatrix} E_f(z_s^-) \\ E_b(z_s^-) \end{pmatrix} = I_{s,s+1} \begin{pmatrix} E_f(z_s^+) \\ E_b(z_s^+) \end{pmatrix}, \tag{1}$$

$$I_s = \frac{1}{t_{s,s+1}} \begin{pmatrix} 1 & -r_{s+1,s} \\ r_{s,s+1} & t_{s,s+1}t_{s+1,s} - r_{s,s+1}r_{s+1,s} \end{pmatrix}, \tag{2}$$

где $r_{i,j}$, $t_{i,j}$ — амплитудные коэффициенты отражения и пропускания интерфейса, разделяющего среды с показателями преломления n_i и n_j, при падении световой волны со стороны среды с показателем преломления n_i. В случае плоской границы раздела сред коэффициенты $r_{i,j}$ и $t_{i,j}$ — френелевские амплитудные коэффициенты отражения и пропускания [19].

Взаимосвязь полей на двух соседних интерфейсах с номерами $s-1$ и s, ограничивающих однородный слой с номером $2 \le s \le N$, осуществляется передаточной матрицей одного слоя $\hat{F}_s$ [18]:

$$\begin{pmatrix} E_f(z_{s-1}^+) \\ E_b(z_{s-1}^+) \end{pmatrix} = \hat{F}_s \begin{pmatrix} E_f(z_s^-) \\ E_b(z_s^-) \end{pmatrix}, \tag{3}$$

$$\hat{F}_s = \begin{pmatrix} \exp(i\delta_s) & 0 \\ 0 & \exp(-i\delta_s) \end{pmatrix}, \tag{4}$$

где $\delta_s = k_0\sqrt{\varepsilon_s}\, L_s$ — фазовая толщина слоя с номером s; $k_0 = \omega/c$ — волновое число в вакууме.

Применяя выражения (1)—(4) ко всей структуре, получаем взаимосвязь полей слева от первого интерфейса и справа от последнего интерфейса с номером N:

$$\begin{pmatrix} E_f(z_1^-) \\ E_b(z_1^-) \end{pmatrix} = \hat{G} \begin{pmatrix} E_f(z_N^+) \\ E_b(z_N^+) \end{pmatrix}, \tag{5}$$

$$\hat{G} = I_1 F_2 I_2 F_3 \cdots F_N I_N . \tag{6}$$

Отметим, что в полубесконечной среде N с показателем преломления n_N (подстилающая среда) существует только прошедшая волна, поэтому в (5) следует полагать $E_b(z_N^+) = 0$.

Отражательная и пропускная способности структуры рассчитываются по формулам

$$T = \left|1 / \hat{G}_{11}\right|^2, \qquad R = \left|\hat{G}_{21} / \hat{G}_{11}\right|^2. \tag{7}$$

Спектры отражения и пропускания монослоя НЧ в области плазмонного резонанса. Численное моделирование. Для анализа свойств фотонной структуры с монослоем необходимо знать его амплитудные коэффициенты отражения и преломления. В настоящей работе расчет этих коэффициентов выполнен с помощью численного метода, реализованного в пакете программ физического моделирования COMSOL Multiphysics. Преимущество такой методики заключается в том, что она может быть распространена на метаслои из НЧ произвольной формы.

В качестве объекта моделирования рассмотрен упорядоченный монослой, в котором НЧ расположены в узлах квадратной решетки, лежащей в плоскости (xy). Радиус НЧ 2.5 нм, расстояние между их центрами (период структуры) ≥10 нм. Вектор напряженности электрического поля падающей волны, распространяющейся в направлении оси z (случай нормального падения), ориентирован параллельно одному из ребер элементарной ячейки монослоя. С целью минимизации требуемых ресурсов вычислительной техники с учетом симметрии внутренней структуры монослоя в качестве области моделирования выбрана четвертая часть его элементарной ячейки, как показано на рис. 1. Такая область содержит четверть объема НЧ и вдоль направления координатных осей x и y имеет размеры, равные половине периода монослоя. Для получения всего монослоя необходимо применить к изображенной на рис. 1 области операции отражения (для дополнения до ячейки со сферической частицей в ее центре), а затем трансляцию вдоль координатных осей x и y. Полученная таким образом структура представляет собой в плоскости (xy) двумерный массив НЧ с квадратной ячейкой.

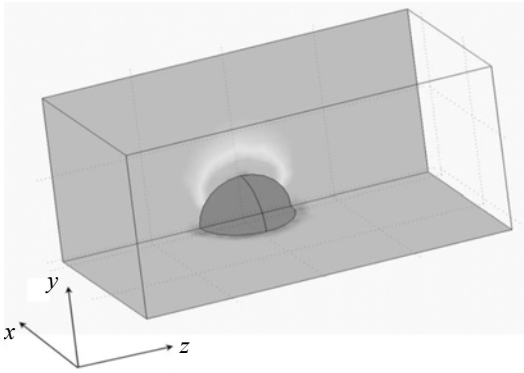

Рис. 1. Область моделирования в пакете Comsol Multiphysics; полутонами показано распределение интенсивности локального электрического поля электромагнитной волны

В качестве среды, в которой взвешен монослой НЧ, выбран непоглощающий материал с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_m = 2.25$. Для расчета диэлектрической проницаемости металлических НЧ использовано соотношение теории Друде [18]:

$$\varepsilon_p(\omega) = \varepsilon_\infty - \omega_p^2/(\omega^2 - i\omega\gamma), \tag{8}$$

где ω_p — плазмонная частота; ε_∞ — вклад решетки; γ — параметр релаксации. Для определенности при численном анализе в качестве материала НЧ рассмотрено серебро, для которого $\varepsilon_\infty = 5$, $\omega_p = 1.36 \cdot 10^{16}$ с$^{-1}$, $\gamma = 3 \cdot 10^{13}$ с$^{-1}$ [20].

Результаты компьютерного моделирования оптических свойств монослоя НЧ серебра представлены на рис. 2. Видно, что в области поверхностного плазмонного резонанса НЧ (резонансная длина волны 435 нм) спектры отражения и пропускания монослоя претерпевают существенные изменения. Наблюдаемые амплитуды в резонансной области зависят от поверхностной концентрации НЧ: с уменьшением расстояния между НЧ (периода структуры) резонанс становится более выраженным, ширина резонансных кривых увеличивается, наблюдается частотный сдвиг резонанса в коротковолновую область. Полученные спектральные характеристики использованы для расчета элементов матрицы (2) монослоя НЧ.

Спектральные характеристики ФКС с монослоем НЧ. Аналитический расчет с помощью метода Т-матриц. Рассмотрим слоистую структуру, в которой между двумя диэлектрическими (брэгговскими) зеркалами размещен композитный слой, состоящий из диэлектрической матрицы и монослоя металлических НЧ. Передаточная матрица такой структуры имеет вид:

$$N = \left[I_1 F_2 \cdots F_{2a+1} I_{2a+1}\right]\left[F_{m1} I_m F_{m2}\right]\left[I_{2a+3} F_{2a+4} \cdots F_N I_N\right] = M^a D \bar{M}^b, \tag{9}$$

где I_m — передаточная матрица монослоя НЧ; F_{m1} и F_{m2} — передаточные матрицы диэлектрических слоев, обрамляющих монослой; $D = F_{m1} I_m F_{m2}$ — предаточная матрица композитного слоя; M^a и M^b — передаточные матрицы диэлектрических зеркал, составленных из a и b бинарных слоев (при этом $N = 2(a + b) + 3$). Местоположение монослоя задано соотношениями $L_{m1} = L_m/2 + \Delta$, $L_{m2} = L_m/2 + \Delta$, где L_m и Δ — толщина резонаторной области и смещение монослоя от ее центра (область толщиной L_{m1} расположена со стороны падения внешней электромагнитной волны).

Диэлектрические зеркала ФКС образованы парами слоев из изотропных диэлектриков с вещественными показателями преломления $n_{1,2} = \sqrt{\varepsilon_{1,2}}$ и толщинами $L_{1,2}$. Толщины этих слоев $L_{1,2} = \lambda_0/4n_{1,2}$, где λ_0 — длина волны в вакууме, отвечающая центральной частоте фотонной запрещенной зоны. Зеркала разделяет резонаторная область, заполненная непоглощающим диэлектриком с показателем преломления $n_m = \sqrt{\varepsilon_m}$. Рассмотрим случай, когда порядок следования слоев в M^b инвертирован по отношению к M^a.

Коэффициент пропускания для матрицы (9) с учетом вида матриц переноса для френелевских границ раздела и монослоя НЧ в случае симметричной структуры ($a = b$) можно записать в виде:

$$T = \left|\frac{1}{t_0} + \frac{r}{2n_m(1+r)}\left((A^2 - B^2)\cos\varphi_\Delta - (A^2 + B^2)\cos\varphi_m + i2AB\sin\varphi_m\right)\right|^{-2}, \tag{10}$$

где r — амплитудный коэффициент отражения монослоя НЧ ($R = |r|^2$); $t_0 = 2n_m/2AB\cos\varphi_m - i(A^2+B^2)\sin\varphi_m$ — амплитудный коэффициент пропускания ФКС без монослоя НЧ; $\varphi_m = (2\pi/\lambda)n_m L_m$ — набег фазы при однократном проходе через резонаторную область; $\varphi_\Delta = (2\pi/\lambda)n_m\Delta$ — набег фазы на расстоянии Δ между монослоем и серединой резонаторной области; $A = (m_{11} + m_{21})U_{a-1}(\rho) - U_{a-2}(\rho)$; $B = (m_{22} + m_{12})\times$ $\times n_m U_{a-1}(\rho) - n_m U_{a-2}(\rho)$; $\rho = (m_{11} + m_{22})/2$; $U_j(\rho) = \sin[(j + 1)\arccos\rho]/\sqrt{1-\rho^2}$ — полиномы Чебышева второго рода. Приведенные здесь величины выражаются через элементы матрицы периода брэгговских зеркал: $m_{11} = \cos^2\varphi - (n_2/n_1)\sin^2\varphi$, $m_{22} = \cos^2\varphi - (n_1/n_2)\sin^2\varphi$, $m_{21} = n_1 n_2 m_{12} = -i(n_1 + n_2)\cos\varphi\sin\varphi$, где $\varphi = (2\pi/\lambda)n_1 L_1 = (2\pi/\lambda)n_2 L_2$ — набег фазы в слоях диэлектрических зеркал.

В выражении (10) первое слагаемое под знаком модуля не зависит от параметров монослоя и определяет пропускную способность ФКС без НЧ: $T = |t_0|^2$ при $r = 0$. Остальные слагаемые, содержащие в качестве множителя отношение $r/(1 + r)$, определяют вклад НЧ. Наличие в (10) слагаемого, зависящего от φ_Δ, указывает на влияние местоположения монослоя НЧ на спектр пропускания структуры. Таким образом, спектр рассматриваемой ФКС оказывается зависящим как от параметров монослоя, так и от его местоположения. Рассмотрим эти зависимости более детально.

Для определенности примем толщину резонаторной области $L_m = \lambda_0/n_m$. Спектр такой структуры характеризуется наличием в фотонной запрещенной зоне дефектной моды на длине волны λ_0. Распределение плотности электромагнитной энергии имеет локальный минимум (узел) в середине резонаторной области и два локальных максимума (пучности) в точках, равноудаленных на расстояние $L_m/4$ как от середины, так и от краев резонаторной области.

На рис. 3 показаны результаты расчета методом матриц переноса спектров пропускания и отражения ФКС типа $M^4 D \bar{M}^4$ ($a = b = 4$) в зависимости от местоположения монослоя НЧ серебра радиусом 2.5 нм. Резонаторная область ФКС выполнена на основе среды с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_m = 2.25$. Центры соседних частиц монослоя удалены друг от друга на расстояния 20 и 10 нм. Такие монослои имеют спектральные характеристики, показанные на рис. 2 штриховой линией и штрихпунктиром. Брэгговские зеркала выполнены из материалов с диэлектрическими проницаемостями $\varepsilon_1 = 2.25$ и $\varepsilon_2 = 6.25$. Толщины слоев в составе зеркал $L_1 = 72.5$ нм, $L_2 = 43.5$ нм согласованы таким образом, чтобы длина волны λ_0 дефектной моды приходилась на длину волны локализованного поверхностного плазмонного резонанса НЧ (435 нм).

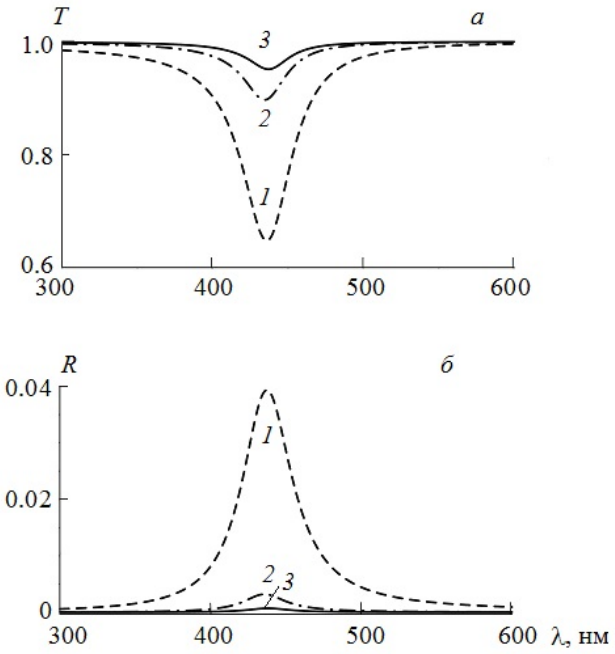

Рис. 2. Спектры пропускания (*а*) и отражения (*б*) монослоя наночастиц серебра при нормальном падении световой волны; радиус НЧ 2.5 нм, период структуры 10 (*1*), 20 (*2*) и 30 нм (*3*)

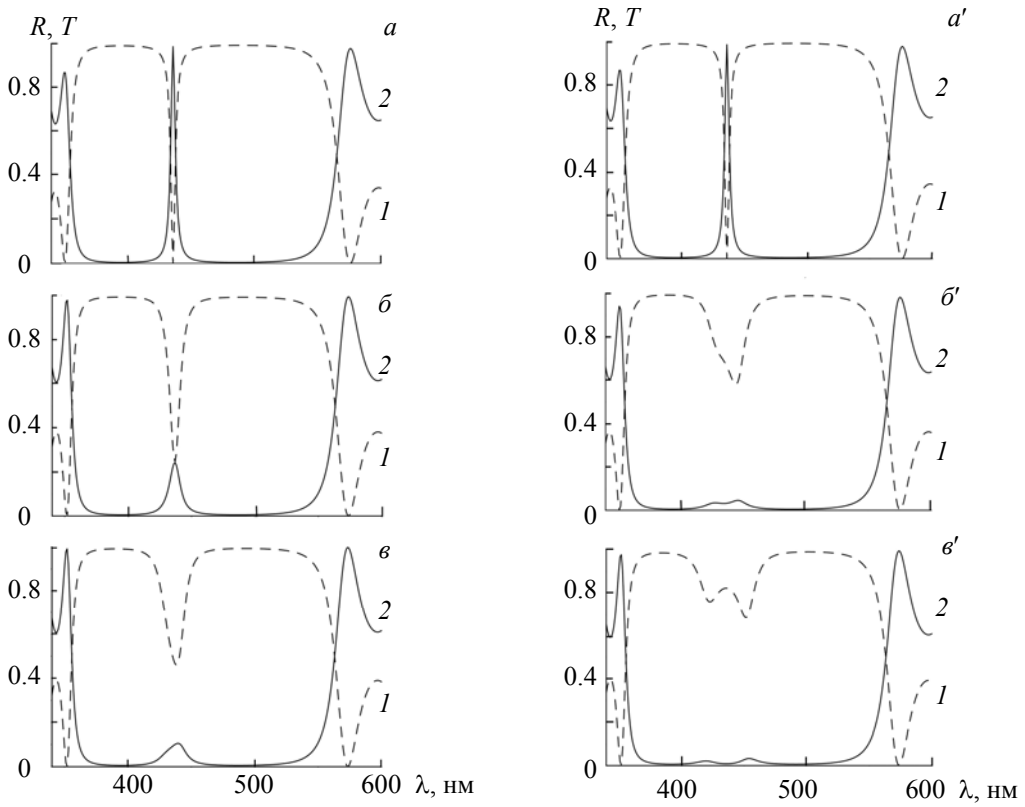

Рис. 3. Спектры пропускания (*1*) и отражения (*2*) ФКС при смещении монослоя на Δ = 0 (*а*, *а*′), 36 (*б*, *б*′) и 72 нм (*в*, *в*′); радиус НЧ 2.5 нм, период структуры 20 (*а*—*в*) и 10 нм (*а*′—*в*′)

В центре рассматриваемой ФКС амплитуда поля близка к нулю (узел стоячей волны), поэтому для $\Delta = 0$ (НЧ расположены в середине резонаторной области) монослой оказывается в области “электромагнитной тени” и его влияние на спектр структуры незначительное. Как следствие, при нахождении монослоя в центре ФКС спектры отражения и пропускания практически идентичны случаю ФКС без монослоя, а также сходны для монослоев разной концентрации (рис. 3, *а* и *а′*). Из выражения (10) следует, что в центре фотонной запрещенной зоны коэффициент пропускания принимает значение $T(\lambda_0) \approx |1 - n_m r/(1 + r)|^{-2}$. Поскольку для рассматриваемых монослоев $|\mathrm{Im}r| << |\mathrm{Re}r| << 1$ (см. рис. 2), пропускание ФКС на дефектной моде остается высоким ($T(\lambda_0) \approx 1$).

При размещении монослоя в области, где напряженность локального поля отлична от нуля, возникает электродинамическое взаимодействие в системе монослой—ФКС, что приводит к модификации ее спектральных характеристик (рис. 3, *б* и *б′*). При смещении на расстояние $\Delta = L_d/4 \approx 72$ нм монослой оказывается в области наибольшей плотности электромагнитной энергии (пучность стоячей волны). При этом амплитуда волн, рассеянных монослоем, достигает максимума и, как следствие, влияние монослоя на спектр ФКС становится наиболее сильным (рис. 3, *в*). В случае монослоя с более плотной упаковкой НЧ может происходить расщепление дефектной моды (рис. 3, *в′*) подобно расщеплению дефектной моды в ФКС со вставкой, выполненной из гетерогенных нанокомпозитных материалов [10, 21, 22]. Модификация дефектной моды (смещение, расщепление) происходит из-за переотражений и дополнительного набега фаз парциальных волн, возникающих из-за наличия “дефектного” (нарушающего периодичность) интерфейса структуры. При размещении монослоя НЧ в областях высокой локализации электромагнитной энергии диссипативные потери становятся настолько большими, что амплитуды дефектных мод существенно уменьшаются (рис. 3, *в* и *в′*).

Заключение. Продемонстрирована возможность управления коэффициентами пропускания и отражения на дефектной моде фотонно-кристаллических структур за счет применения монослоя металлических наночастиц. Показано, что амплитуда дефектной моды существенно зависит от местоположения монослоя наночастиц. Зависимость спектральных характеристик фотонно-кристаллических структур от местоположения этого монослоя обусловлена неоднородностью распределения электромагнитного поля в резонаторной области. Наиболее сильная модификация спектров фотонно-кристаллических структур наблюдается при размещении монослоя наночастиц в области наибольшей локализации поля. Влияние монослоя сводится главным образом к уменьшению амплитуды дефектной моды, что обусловлено диссипативными потерями в металлических наночастицах. При высокой концентрации наночастиц также наблюдается расщепление дефектной моды.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации (проекты № 3.5698.2017/9.10, 3.8388.2017/ИТР, 14.Z50.31.0015) и Российского фонда фундаментальных исследований (проекты № 17-02-01382, 16-29-14045 офи_м, 18-58-53055GFEN_a).

[1] **K. Inoue, K. Ohtaka.** Photonic Crystals: Physics, Fabrication and Applications, Berlin, Springer (2004)
[2] **N. Ansari, M. M. Tehranchi, M. Ghanaatshoar.** Phys. B: Condens. Matter, **404**, N 8-11 (2009) 1181—1186
[3] **L. Bouaziz, K. Nachi, D. Gamra, M. Lejeune, A. Zeinert, K. Zellama, H. Bouchriha.** Crystal. Res. Technol., **50**, N 1 (2015) 77—84
[4] **Tang Ru-Yi, Wu Jian-Wei, B. Nakarmi.** Quantum Electron., **46**, N 7 (2016) 640—643
[5] **J. Martorell, R. Corbalán.** Opt. Commun., **108**, N 4-6 (1994) 319—323
[6] **B. Shi, Z. M. Jiang, X. Wang.** Opt. Lett., **26**, N 15 (2001) 1194—1196
[7] **J. Luo, P. Xu, L. Gao.** Solid State Commun., **152**, N 7 (2012) 577—580
[8] **S. Ya. Vetrov, M. V. Pyatnov, I. V. Timofeev.** Phys. Rev. E, **90**, N 3 (2014) 032505
[9] **Y. Dadoenkova, I. Glukhov, S. Moiseev, V. Svetukhin, A. Zhukov, I. Zolotovskii.** Opt. Commun., **389**, N 15 (2017) 1—4
[10] **С. Г. Моисеев, В. А. Остаточников.** Квант. электрон., **46**, № 8 (2016) 743—748 [**S. G. Moiseev, V. A. Ostatochnikov.** Quantum Electron., **46**, N 8 (2016) 743—748]
[11] **С. Г. Моисеев, В. А. Остаточников, Д. И. Семенцов.** Письма в ЖЭТФ, **100**, № 6 (2014) 413—417 [**S. G. Moiseev, V. A. Ostatochnikov, D. I. Sementsov.** JETP Lett., **100**, N 6 (2014) 371—375]
[12] **S. Y. Vetrov, P. S. Pankin, I. V. Timofeev.** Phys. Wave Phen., **23**, N 1 (2015) 35—38

[13] **Р. А. Карамалиев, Ч. О. Каджар.** Журн. прикл. спектр., **79**, № 3 (2012) 424—429 [**R. A. Karamaliyev, Ch. O. Qajar.** J. Appl. Spectr., **79**, N 3 (2012) 404—409]
[14] **А. С. Шалин, С. Г. Моисеев.** Квант. электрон., **39**, № 12 (2009) 1175—1181 [**A. S. Shalin, S. G. Moiseev.** Quantum Electron., **39**, N 12 (2009) 1175—1181]
[15] **А. С. Шалин, С. Г. Моисеев.** Опт. и спектр., **106**, № 6 (2009) 1004—1013 [**A. S. Shalin, S. G. Moiseev.** Opt. and Spectr., **106**, N 6 (2009) 916—925]
[16] **A. Monti, A. Alù, A. Toscano, F. Bilotti.** Photonics, **2** (2015) 540—552
[17] **А. П. Микитчук, К. В. Козадаев.** Журн. прикл. спектр., **83**, № 6 (2016) 947—952 [**A. P. Mikitchuk, K. V. Kozadaev.** J. Appl. Spectr., **83**, N 6 (2016) 996—1000]
[18] **C. C. Katsidis, D. I. Siapkas.** Appl. Opt., **41**, N 19 (2002) 3978—3987
[19] **М. Борн, Э. М. Вольф.** Основы оптики, Москва, Наука (1970) [**M. Born, E. Wolf.** Principles of Optics, Oxford, Pergamon (1999)]
[20] **V. Yannopapas, A. Modinos, N. Stefanou.** Opt. Quantum Electron., **34**, N 1-3 (2002) 227—234
[21] **С. Я. Ветров, А. Ю. Авдеева, И. В. Тимофеев.** ЖЭТФ, **140**, № 5 (2011) 871—878
[22] **S. Moiseev, V. Ostatochnikov.** Opt. Quantum Electron., **47**, N 9 (2015) 3193—3200