ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННЫЕ КОРРЕЛЯЦИИ ФОТОНОВ ПСЕВДОТЕПЛОВОГО ИСТОЧНИКА

В. С. Старовойтов*, В. Н. Чижевский, Д. Б. Хорошко, С. Я. Килин

УДК 535.014
https://doi.org/10.47612/0514-7506-2023-90-2-287-298

Институт физики НАН Беларуси, Минск, Беларусь; e-mail: v.starovoitov@dragon.bas-net.by

(Поступила 21 февраля 2023)

На основе алгоритмов, учитывающих особенности высокоскоростной время-разрешающей матрицы детекторов одиночных фотонов, исследованы пространственно-временные корреляционные свойства псевдотеплового источника света с нано- и микросекундным временным разрешением. Показано, что изменение степени когерентности второго порядка излучения, рассеянного на вращающемся диске с разномасштабными неоднородностями, может быть представлено с помощью нелинейного гиперболического отображения. На основе представленного метода исследовано изменение корреляций при переходе создаваемого потока фотонов от когерентного к псевдотепловому.
Ключевые слова: *корреляции фотонов, детектирование одиночных фотонов, рассеяние на вращающемся диске, спекл-структуры, корреляционная функция второго порядка.*

On the basis of algorithms that take into account the features of a high-speed time-resolving matrix of single photon detectors, the spatio-temporal correlation properties of a pseudo-thermal light source with nano- and microsecond time resolution are studied. It is shown that the change in the degree of coherence of the second order of radiation scattered on a rotating disk with irregularities of different scales can be represented universally using a nonlinear hyperbolic mapping. Based on the presented method, the change in correlations during the transition of the generated photon flux from coherent to pseudo-thermal is studied.
Keywords: *photon correlations, single photon detection, scattering on rotating disk, speckle patterns, second order correlation function.*

Введение. Одно из проявлений квантовой структуры света — превращение фотона в свободный фотоэлектрон дискретным образом в процессе фотоионизации. История становления квантовой теории света [1] содержит определенные этапы экспериментального наблюдения фотонной структуры излучения. С. И. Вавилов, со школой которого связана деятельность академика Б. И. Степанова, был одним из первых, кто осуществил наблюдение корпускулярной структуры света с помощью уникальных свойств человеческого глаза как детектора флуктуаций интенсивности светового потока на уровне одиночных фотонов [2, 3]. Фотонная структура света проявляется не только во флуктуациях числа фотонов, но и при измерении их корреляций в различных пространственно-временных точках. Началом развития современной квантовой оптики и теории оптической когерентности [4—6] можно считать первые эксперименты по измерению корреляционной функции интенсивности теплового излучения звезд, выполненные Хенбери Брауном и Твиссом [7]. С этого времени корреляционные функции интенсивности света широко используются для изучения свойств излучения различных источников: лазеров [8], параметрического рассеяния света [9, 10], одиночных фотонов, генерируемых как условно [11, 12], так и безусловно одиночными квантовыми точками [13], молекулами [14] или центрами окраски в алмазе [15], а также источников субпуассоновских полей [16, 17], важных для таких приложений, как квантовая криптография [18, 19], квантовая телепортация [20, 21] и квантовые компьютеры [22]. Современное состояние экспериментальной техники позволяет измерять корреляционные функции до восьмого порядка [23] и изучать различные свойства фотонов.

SPATIO-TEMPORAL CORRELATIONS OF PHOTONS FROM A PSEUDO-THERMAL SOURCE
V. S. Starovoitov*, V. N. Chizhevsky, D. B. Horoshko, S. Ya. Kilin (*B. I. Stepanov Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus; e-mail: v.starovoitov@dragon.bas-net.by*)

Особое место среди корреляционных функций разного порядка занимает нормированная временная корреляционная функция интенсивности второго порядка $g^{(2)}(\tau)$, значение которой при временном сдвиге $\tau = 0$ означает группировку ($g^{(2)}(0) > 1$) или антигруппировку фотонов ($g^{(2)}(0) < 1$), причем последняя является чисто квантовым свойством света [6]. Создание фантомных изображений высокого пространственного разрешения [24—28] сопряжено с излучением, обладающим компактно локализованной функцией $g^{(2)}(\tau)$ с максимальным значением $g^{(2)}(0) = 2$, типичным для некогерентного хаотического поля.

Наряду с временными корреляциями интерес представляют пространственные корреляции фотонов. Ранее для таких измерений использовались сигналы с нескольких, обычно двух детекторов одиночных фотонов, что ограничивало получаемую выборку данных о распределенных корреляциях фотонов. В последнее время для их изучения применяются матрицы детекторов одиночных фотонов (МДОФ), обеспечивающие быстрый набор данных для статистического анализа. Однако конструктивные особенности функционирования таких детекторов требуют специальных методов обработки результатов.

В настоящей работе представлен анализ данных, полученных с помощью МДОФ [29, 30], приведены статистические методы их обработки, позволяющие уменьшить влияние систематических и случайных ошибок МДОФ, а также изучены пространственно-временные корреляции фотонов псевдотеплового источника, сформированного квазимонохроматическим лазерным лучом, прошедшим через вращающийся шероховатый диск [26, 27, 31—34]. На основе предложенных методов обработки “сырых” данных фотоотсчетов МДОФ определены характеристики пространственно-временных корреляций пучков фотонов, варьируемых от когерентного до псевдотеплового.

Эксперимент. Поток псевдотепловых фотонов формировался излучением лазера S, проходящим через линзы L_1 и L_2 и расположенный между ними вращающийся полупрозрачный диск D (рис. 1). В качестве лазера использован полупроводниковый лазерный диод Фабри—Перо непрерывного действия с волоконно-оптическим выводом излучения 670 нм через одномодовое оптическое поляризационно-поддерживающее волокно. Лазерный диод работал в припороговом режиме при постоянном токе и термостабилизации. Мощность выводимого излучения ≤5 мВт. Выводимый луч диаметром 1.4 мм коллимирован, с гауссовым профилем в поперечном сечении. Линза L_1 с фокусом 50 мм фокусировала излучение лазера в пятно радиусом w на вращающийся диск D с матовой поверхностью со случайной структурой, рассеивающей излучение в широком телесном угле. Рассеянные фотоны, формирующие случайные спекл-структуры, демонстрируют [23—25, 31—34] корреляции, зависящие от радиуса пятна w, варьируемого изменением расстояния $|L_1D|$. Оптическая ось и ось вращения диска расположены на расстоянии $r = 30$ мм друг от друга. Диск вращался с угловой скоростью $v = 10$ Гц. Линза L_2, установленная на фокусном расстоянии $F = |DL_2| = 80$ мм от диска, коллимировала рассеиваемые диском фотоны в направлении к МДОФ (C), расположенной на расстоянии $|DC| = 350$ мм от диска, через ослабитель A, уменьшающий падающий на МДОФ поток фотонов до среднего уровня двух отсчетов за время регистрации, обеспечивающее наблюдение парных отсчетов.

Свойства данного источника псевдотепловых фотонов проанализированы для трех конфигураций оптических элементов: Φ_1 — диск D отсутствует в оптической схеме, Φ_2 — диск D установлен от линзы L_1 на расстоянии $|L_1D| = 40$ мм с радиусом освещаемого пятна на диске $w_2 = 141$ мкм, Φ_3 — диск D установлен на расстоянии $|L_1D| = 48$ мм с радиусом пятна $w_3 = 32$ мкм.

Детектирование фотонов осуществлялось с помощью высокоскоростной время-разрешающей МДОФ SuperEllen [29, 30]. МДОФ снабжена встроенным узкополосным интерференционным фильтром с максимумом пропускания вблизи 670 нм и полосой пропускания ~20 нм. Фотоприемная часть МДОФ размером 1.4×1.4 мм^2 образована матрицей из 32×32=1024 кремниевых лавинных детекторов одиночных фотонов, изготовленных по 150-нм КМОП-технологии [27] и снабженных собственной оцифровкой времени отсчета. Пиксельная структура расположения детекторов — квадратная, с расстоянием между центрами пикселей $\delta_s = 44.67$ мкм (рис. 1, Φ_2). Детекторы индексировались последовательно, начиная с левого крайнего $k = 1$ вверх, затем по рядам до крайнего правого $k = 1024$. Соотношения $i_k = \mathrm{fix}[(k - 1)/32]$, $j_k = \mathrm{mod}(k - 1.32)$ устанавливают взаимно однозначное соответствие между индексом детектора k и его физическими координатами $x_k = i_k\delta_s$, $y_k = j_k\delta_s$, $(i_k, j_k \in [0,31])$ на входной плоскости (X_COY_C) МДОФ. Эффективность каждого детектора в зависимости от длины волны варьировалась от 5 % (400 нм) до 0.8 % (810 нм).

Периодически, с частотой $1/T_f$ все детекторы матрицы синхронно перезаряжались и на время T_{gate} ($T_{\text{gate}} \le 102$ нс << T_f) переводились в режим регистрации фотонов. Аппаратный интервал временной дискретизации $\tau_{\text{res}} \approx 400$ пс, количество интервалов 256. Время отсчета k-го детектора θ_k преобразовывалось в номер соответствующего интервала p_k. Времена отсчетов p_k для всех детекторов записывались параллельно и независимо друг от друга. Детекторы, не зарегистрировавшие фотоотсчеты, при формировании массива данных $D = \{(N, k, p_k)\}$ не учитывались (N — порядковый номер цикла регистрации). По истечении времени T_{gate} все детекторы матрицы синхронно разряжались и переводились в неактивное состояние. После сохранения данных через промежуток T_f режим регистрации включался вновь в момент времени $t(N) = NT_f$. Частота циклов регистрации $1/T_f$ варьировалась от 300 до 600 кГц, будучи ограниченной увеличением скорости "темновых" отсчетов.

Регистрация и последующее сохранение массива данных $D = \{(N, k, p_k)\}$ на компьютере проводились в "потоковом" режиме на протяжении нескольких часов измерений. Полное число проведенных измерений N_{Tot}, равное числу выполненных циклов регистрации как с отсчетами, так и в их отсутствие у всех детекторов матрицы (такие "нулевые" циклы не записывались в сохраняемый массив данных), составляло в среднем 10^9 измерений для каждой конфигурации источника псевдотепловых фотонов (N_{Tot} =2.29, 1.56 и $0.85 \cdot 10^9$ для конфигураций Φ_1, Φ_2 и Φ_3 соответственно). Среднее суммарное число отсчетов всех детекторов МДОФ составляло ~2 за время T_{gate}, а среднее число "темновых" срабатываний всех детекторов ~0.1.

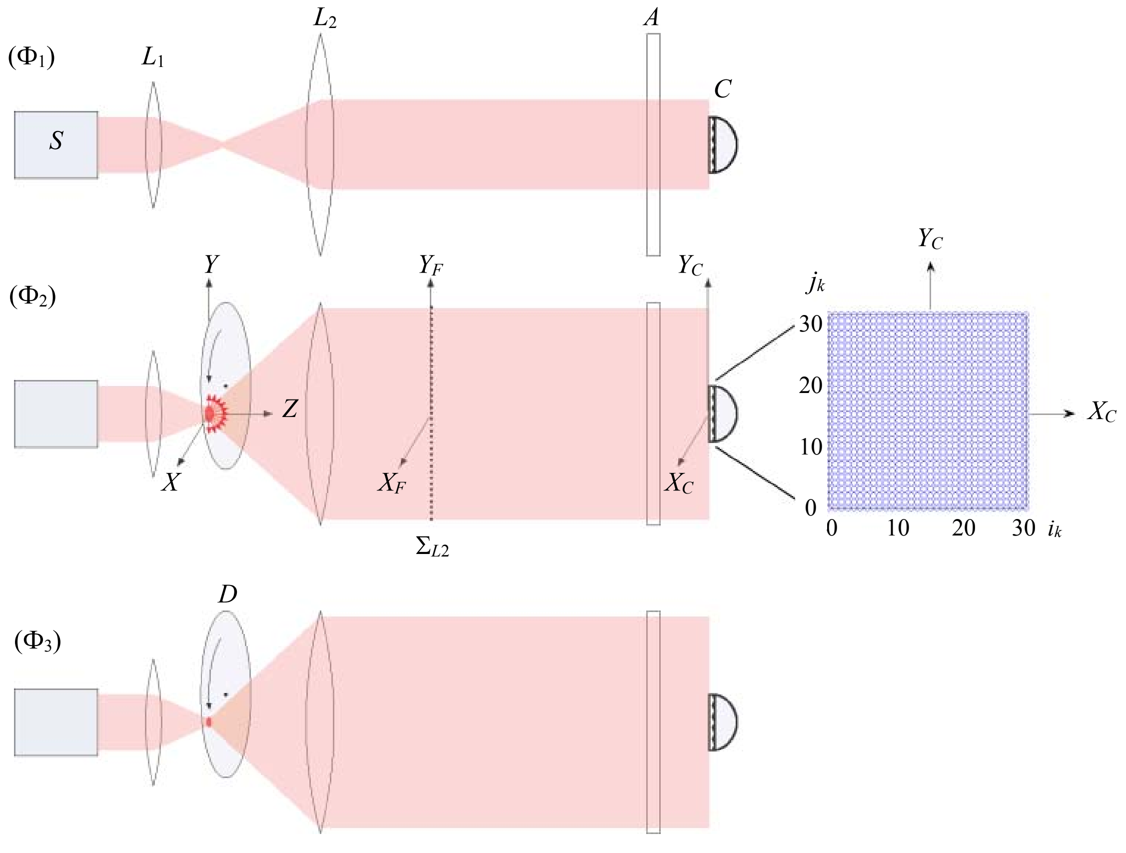

Рис. 1. Принципиальная схема определения пространственно-временных корреляционных свойств излучения псевдотепловых фотонов: S — лазер; L_1, L_2 — линзы; D — вращающийся полупрозрачный диск; A — ослабитель; C — МДОФ с квадратной фотоприемной частью 1.4×1.4 мм^2 из 1024 фотодиодов (врезка на Ф2); эксперимент выполнен для трех конфигураций оптических элементов: диск D отсутствует в оптической схеме (Φ_1), диск D установлен на расстоянии $|L_1D|$ = 40 мм (Φ_2) или 48 мм (Φ_3) от линзы L_1 с фокусом 50 мм; XY, X_FY_F и X_CY_C — перпендикулярные оптической оси Z плоскость диска D, фокальная плоскость Σ_{L_2} линзы L_2 и плоскость расположения фотоприемной части МДОФ соответственно

Записанный массив данных D содержал “сырую” информацию о потоке фотонов виде пространственно-временных случайных фотоэлектронных отсчетов, полученных матрицей неидеальных детекторов одиночных фотонов. Статистические способы обработки полученных данных для извлечения информации о корреляционных свойствах фотоэлектронов и фотонов с учетом особенностей записи данных и работы МДОФ, например перекрестного cross-talking-эффекта, возникающего между соседними детекторами, представлены ниже.

Статистическая обработка “сырых” данных: определение пространственно-временных корреляций фотонов. Из полученных “сырых” данных вычислялись вероятности отсчетов одного или пары детекторов, пропорциональных интенсивности

$$G^{(1,1)}(r,t)=\left\langle \hat{E}^{(-)}(r,t)\hat{E}^{(+)}(r,t)\right\rangle \tag{1}$$

или корреляционным функциям второго порядка интенсивности

$$G^{(2,2)}(r_1,t_1;r_2,t_2)=\left\langle \hat{E}^{(-)}(r_1,t_1)\hat{E}^{(-)}(r_2,t_2)\hat{E}^{(+)}(r_2,t_2)\hat{E}^{(+)}(r_1,t_1)\right\rangle \tag{2}$$

поля в одной или двух пространственно-временных точках [4] с координатами r_1, r_2 в плоскости (X_CY_C) МДОФ (рис. 1). Так, вероятность $\Gamma^{(1)}[k,p]$ отсчета k-го детектора во временном интервале p, пропорциональная интенсивности поля $G^{(1,1)}(r_k,\tau_{\text{res}}p)$, рассчитывалась как отношение числа ненулевых элементов массива данных D с фиксированными значениями k и p к полному числу N_{Tot} выполненных циклов регистрации (рис. 2, *а*). Для уменьшения влияния темновых отсчетов вводилось эффективное время $T_{\text{gate}}^*=p^*\tau_{\text{res}}<T_{\text{gate}}=256\tau_{\text{res}}$ путем обнуления элементов массива D для $p>p^*$. Во всех измерениях интервал регистрации $T_{\text{gate}}^*=10$ нс соответствует 25 окнам дискретизации наносекундного диапазона. Обнаруженные в эксперименте временные осцилляции интенсивности $\Gamma^{(1)}[k,p]$ с периодом $4\tau_{\text{res}}$ являются аппаратной особенностью используемой МДОФ, так как они наблюдаются и в отсутствие излучения.

Интегральная вероятность отсчета k-го детектора за период регистрации безотносительно к моменту его появления, равная сумме $\Gamma^{(1)}[k]=\sum_p\Gamma^{(1)}[k,p]$, пропорциональна интегральной интенсивности фотонов $\int_0^{T_{\text{gate}}}dtG^{(1,1)}(r_k,t)$ в точках расположения детекторов.

Вероятность задержанных совпадений $\Gamma^{(2)}[k,m,s]$ двух детекторов k и m с интервальным временем задержки между ними $s\in[-255,255]$ рассчитывалась как отношение числа ненулевых элементов массива данных D с фиксированными значениями (k,p) и $(m,p+s)$ к полному числу N_{Tot} выполненных циклов регистрации с последующим суммированием по индексу p. Вероятность $\Gamma^{(2)}[k,m,s]$ пропорциональна интегралу от полевой корреляционной функции интенсивностей (2) второго порядка $\int_0^{T_{\text{gate}}}dtG^{(2,2)}(r_k,t;r_m,t+s\tau_{\text{res}})$. Сумма $\Gamma^{(2)}[k,m]=\sum_{s=-255}^{255}\Gamma^{(2)}[k,m,s]$ определяет вероятность парных совпадений отсчетов детекторов k и m за время одного цикла регистрации безотносительно к моментам этих отсчетов, пропорциональную следующему интегралу от полевой функции: $\int_0^{T_{\text{gate}}}dt\int_t^{T_{\text{gate}}}dt'G^{(2,2)}(r_k,t;r_m,t')$. На рис. 2, *в* на примере зависимости вероятности парных совпадений $\Gamma^{(2)}[k,m,s]$ двух детекторов в центре МДОФ от временной задержки отсчетов продемонстрировано наличие временной группировки фотонов исследуемого источника. Отметим, что $\Gamma^{(2)}[k,k,s]=0$, так как каждый on/off-детектор МДОФ генерирует только один отсчет за один цикл регистрации; $\Gamma^{(2)}[k,m,s]=\Gamma^{(2)}[m,k,-s]$.

В случае, когда отсчеты детекторов k и m происходят независимо, вероятность их совпадений факторизуется: $\Gamma^{(2)}[k,p;m,p+s]=\Gamma^{(1)}[k,p]\,\Gamma^{(2)}[m,p+s]$. Для оценки отклонения от случая независимости отсчетов вводят степень коррелированности фотоотсчетов:

$$g^{(2)}[k,m,s]=\Gamma^{(2)}[k,m,s]/C_F[k,m,s], \tag{3}$$

где $C_F[k,m,s]=\sum_{p=0}^{255}\Gamma^{(1)}[k,p]\Gamma^{(1)}[m,p+s]$ — вероятность задержанных совпадений для независимых случайных фотоотсчетов. Степень коррелированности отсчетов (3) равна пространственно-временной степени когерентности второго порядка $\int_0^{T_{\text{gate}}}dtG^{(2,2)}(r_k,t;r_m,t+s\tau_{\text{res}})\Big/\int_0^{T_{\text{gate}}}dtG^{(1,1)}(r_k,t)G^{(1,1)}(r_m,t+s\tau_{\text{res}})$ сдвинутых во времени полей в точках r_k и r_m, которая переходит в $G^{(2,2)}(r_k,t;r_m,t+s\tau_{\text{res}})\big/G^{(1,1)}(r_k,t)G^{(1,1)}(r_m,t+s\tau_{\text{res}})$ в стационарном случае.

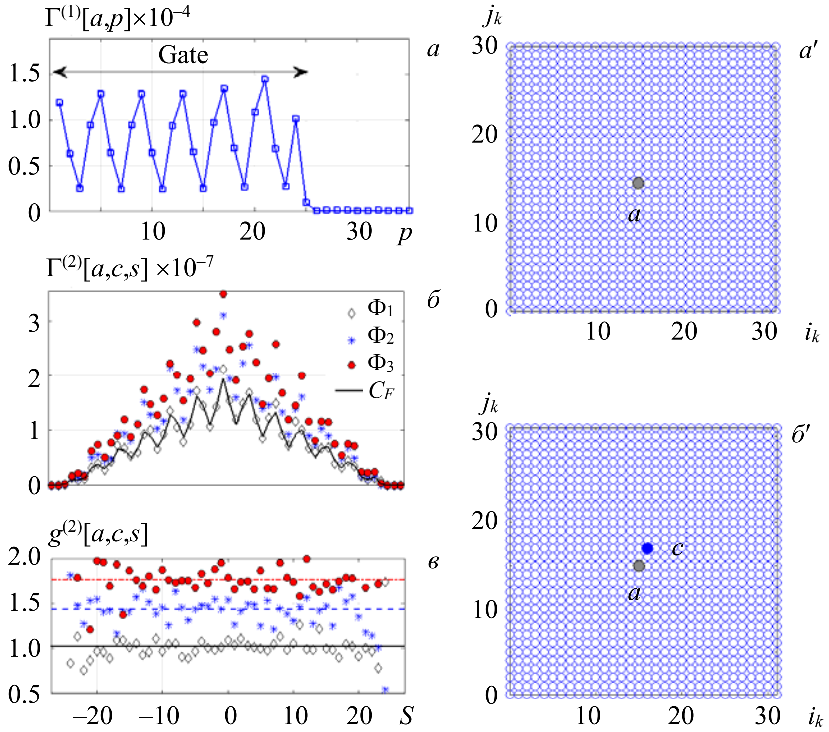

Рис. 2. Временная зависимость (*а*) вероятности отсчетов $\Gamma^{(1)}[a,\ p]$ центрального детектора $a = 496$ ($i_k = 15, j_k = 15$) (детектор a на врезке a') в интервале $[0,T_{\text{gate}}]$; *б* — вероятность задержанных во времени на интервал s совпадений фотоотсчетов $\Gamma^{(2)}[a,c,s]$ детекторов $a = 496(15,15)$ и $c = 530(16,17)$, расположенных в центральной части фотоприемной поверхности МДОФ (a и c на врезке *б′*); *в* — степень коррелированности (3) $g^{(2)}[a,c,s]$ отсчетов детекторов a и c; результаты представлены для конфигураций Φ_1, Φ_2 и Φ_3; $C_F[a,c,s]$ — вероятность задержанных совпадений для пуассоновских потоков фотоотсчетов для конфигурации Φ_1; усредненные значения $\bar{g}^{(2)}[a,c]$ (4) для Φ_1, Φ_2 и Φ_3 — сплошная, штриховая линии и штрихпунктир соответственно

Для исследуемого источника парная степень когерентности $g^{(2)}[k,m,s]$ слабо зависит от времени задержки $s\tau_{\text{res}}$ (рис. 2, *в*), поэтому степень пространственной когерентности фотонов $g^{(2)}[k,m,s = 0]$ можно также характеризовать функцией (3), усредненной по индексу s с весовой функцией $C_F[k,m,s]$:

$$\bar{g}^{(2)}[k,m] = \left\langle g_\theta^{(2)}[k,m,s] \right\rangle_s = \Gamma^{(2)}[k,m] \big/ \Gamma^{(1)}[k]\Gamma^{(1)}[m], \quad (4)$$

которая в большей степени устойчива к аппаратным флуктуациям, чем $g^{(2)}[k,m,s = 0]$ (рис. 2, *в*).

“Сырой” массив данных $D = \{(N,k,p_k)\}$ может быть использован для представления корреляционных свойств фотоотсчетов, происходящих в интервалах длительностью T_{gate}, эквидистантно расположенных с периодом T_f. Для этого проводится “огрубление” сырого массива данных: из восьмиразрядного вектора p_k образуется случайная бинарная функция $I[k,N]$, равная 1 или 0, в зависимости от того, был или не был отсчет k-го детектора в период регистрации с номером N. Данное представление позволяет исследовать корреляционные свойства источника в микросекундном масштабе времени порядка T_f. Так, огрубленная степень когерентности второго порядка фотоотсчетов, задержанных на время T_fS, определяется выражением

$$\tilde{g}^{(2)}[k,m,S] = \left\langle I[k,N]I[m,N+S] \right\rangle_N \big/ \left\langle I[k,N] \right\rangle_N \left\langle I[m,N] \right\rangle_N, \quad (5)$$

где $\left\langle F(N,S) \right\rangle_N = \left(N_{\text{Tot}} - S\right)^{-1} \sum_{N=1}^{N_{\text{Tot}}-S} F(N,S)$ — усреднение по реализациям циклов регистрации. Представленные на рис. 3 огрубленные функции $\tilde{g}^{(2)}[k,m,S]$ демонстрируют изменение степени временной корреляции псевдотепловых потоков фотонов микросекундного масштаба, а также их чувствительность к деталям формирования потока фотонов при рассеянии на диске: наблюдается сдвиг максимума $\tilde{g}^{(2)}[k,m,S]$ для детекторов, смещенных друг относительно друга на $(\Delta j)_{km} = j_k - j_m$ вдоль направления Y линейного перемещения спекл-структуры вращающимся диском D. На рис. 3 также показано, что пространственная степень когерентности $g^{(2)}[k,m,s=0]$ и степень когерентности $\tilde{g}^{(2)}[k,m,S]=0$ совпадают в соответствии с их определением.

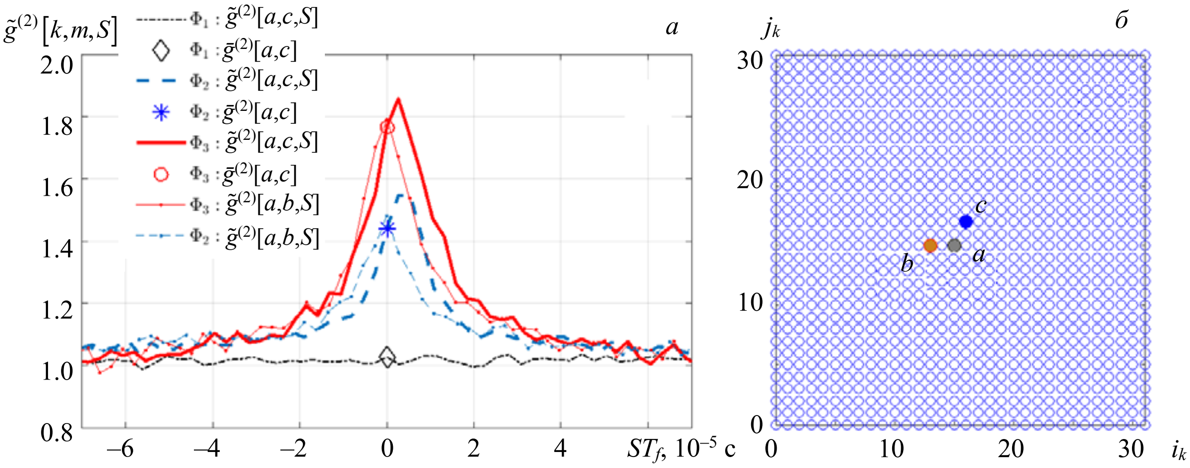

Рис. 3. Огрубленная корреляционная функция $\tilde{g}^{(2)}[k,m,S]$ (5) для центрального детектора $k = a = 496(15,15)$ (детектор a на рис. 3, *б*) и двух детекторов $m = b = 432(13,15)$ (детектор b на рис. 3, *б* и тонкие линии на рис. 3, *а*) и $m = c = 530(16,17)$ (детектор c на рис. 3, *б* и жирные линии на рис. 3, *а*) из второй координационной группы 16 детекторов, расположенной за первой группой восьми детекторов, ближайших к детектору k. Значения приведены для трех конфигураций эксперимента: Φ_1 (штрихпунктир), Φ_2 (штриховая) и Φ_3 (сплошная линия). Значения $\bar{g}^{(2)}[a,c]$ (4) для соответствующих конфигураций отображены символами ◊ (Φ_1), ∗ (Φ_2) и о (Φ_3)

Распределение $f(n)$ числа фотоотсчетов $n = \Sigma_k I(k,N)$, генерируемых суммарно всеми детекторами МДОФ за время регистрации T_{gate}, позволяет судить о статистике интегрального числа фотонов в потоке, падающем на фотоприемную часть МДОФ. Полученные распределения (рис. 4) показывают, что статистика интегрального числа фотоотсчетов изменяется, переходя (неравномерно по n) от пуассоновской в сторону бозе-эйнштейновской при уменьшении размера рассеивающего пятна на диске. Степень когерентности второго порядка [5]:

$$g^{(2)}(0) = (\langle n^2\rangle_f - \langle n\rangle_f)/\langle n^2\rangle_f{}^2, \tag{6}$$

вычисляемая через моменты распределения $f(n)$, принимает значения 1.01, 1.10 и 1.32 для данных, полученных в конфигурациях Φ_1, Φ_2 и Φ_3 соответственно. Очевидно, имеют место равенства $g^{(2)}(0) = \left\langle \bar{g}^{(2)}[k,m] \right\rangle_{k,m} = \left\langle \tilde{g}^{(2)}[k,m,S=0] \right\rangle_{k,m}$.

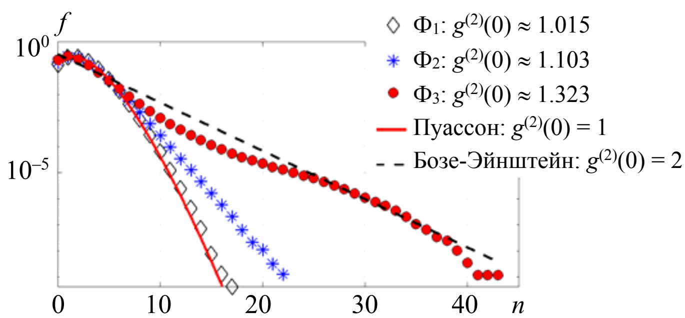

Рис. 4. Распределение $f(n)$ суммарного числа отсчетов n всех детекторов МДОФ за время T_{gate} для конфигураций Φ_1 (◊), Φ_2 (∗) и Φ_3 (•); сплошная и штриховая линии — функции распределения Пуассона и Бозе—Эйнштейна

Пространственное распределение парных корреляций фотоотсчетов можно рассматривать как распределение парных отсчетов выделенного детектора $k = M$ с остальными $k \neq M$, используя при этом физическую систему координат (i_k, j_k) индексации детекторов. Степень пространственной когерентности корреляций в геометрии с выделенным детектором, согласно (4), описывается массивом 32×32

$$\bar{g}_M^{(2)}(k) = \bar{g}^{(2)}\left[k(i_k, j_k); m = M(i_M, j_M)\right], \tag{7}$$

при этом $\bar{g}_M^{(2)}(M) = 0$. Случайный характер зарегистрированных двумерных распределений $\bar{g}_{M=496}^{(2)}(k)$ (рис. 5, *в*—*д*) и оптическая схема образования поля квазитеплового источника позволяют сделать предположение о статистической пространственной однородности по поперечным координатам [5] исследуемых световых пучков. Это означает, что функции (4) и (7) зависят только от разности координат:

$$\bar{g}_M^{(2)}(k) = \bar{g}_M^{(2)}(i_k - i_M, j_k - j_M). \tag{8}$$

Следовательно, можно рассматривать все 1024 массива $\bar{g}_M^{(2)}(k)$ с разными M как результаты повторений одного эксперимента M раз (M — номер эксперимента). Рассматривая $i = i_k - i_M$, $j = j_k - j_M$ как новые независимые переменные с областью изменения $i,j \in [-31,31]$,

$$\bar{g}_M^{(2)}(i, j) = \sum\nolimits_{k=1}^{1024} \bar{g}_M^{(2)}(k)\delta_{i_k - i_M}\delta_{j, j_k - j_M} \tag{9}$$

— как запись функции (8) в этих переменных, а также вводя индикаторную (или характеристическую) функцию ненулевых значений $\bar{g}_M^{(2)}(i, j)$

$$\mathbf{1}_{M(\bar{g}_M^{(2)} \neq 0)}(i, j) = \sum\nolimits_{k=1}^{1024} \delta_{i, i_k - i_M}\delta_{j, j_k - j_M}, \tag{10}$$

записываем усредненную по M экспериментам “поперечную” степень когерентности (9) в виде

$$\hat{g}_\perp^{(2)}(i, j) = \left\langle \bar{g}_M^{(2)}(i, j) \right\rangle = \sum\nolimits_{M=1}^{1024} \bar{g}_M^{(2)}(i, j) \Big/ \sum\nolimits_{M=1}^{1024} \mathbf{1}_M(i, j). \tag{11}$$

На рис. 5 продемонстрированы особенности, которые необходимо учитывать для извлечения статистических характеристик потока фотонов из статистических данных о фотоотсчетах. Рассчитанные по (11) усредненные степени когерентности представлены на рис. 5, *е*.

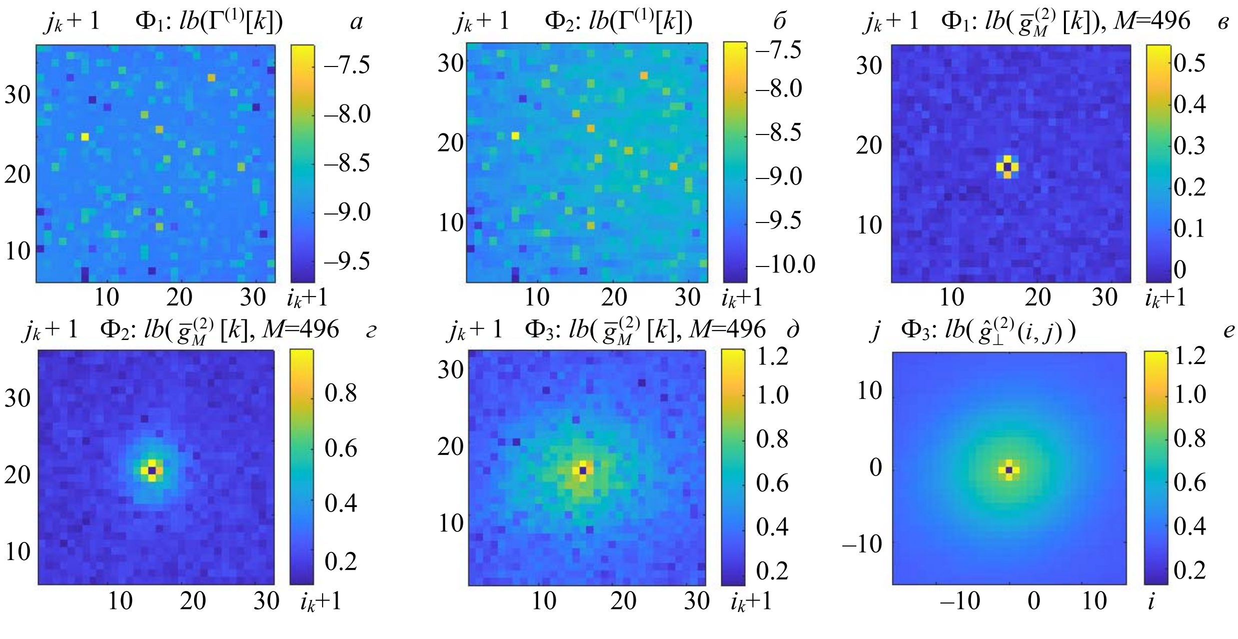

Рис. 5. Поперечные распределения двоичных логарифмов интегральной вероятности отсчетов $\Gamma^{(1)}[k]$ в физических координатах (i_k, j_k) для конфигураций Φ_1 (*а*) и Φ_2 (*б*) и степени поперечной корреляции второго порядка $\bar{g}_M^{(2)}(k)$ (7) в схеме с выделенным детектором $M = 496(15,15)$ для конфигураций Φ_1 (*в*), Φ_2 (*г*) и Φ_3 (*д*); *е* — двоичный логарифм усредненной “поперечной” степени корреляции отсчетов $\hat{g}_\perp^{(2)}(i, j)$ (11) для конфигурации Φ_3 в относительных физических координатах (i, j)

Корреляции ближнего порядка. Невозможность двойных отсчетов на одном детекторе ($\bar{g}_M^{(2)}(M) = \hat{g}_\perp^{(2)}(0,0) = 0$), отображенная на рис. 5, *в*—*е*, не позволяет измерить совпадающие корреляции фотонов прямым образом. Корреляции с детекторами, ближайшими к "центральному" ($i_M \pm 1$, j_M), (i_M, $j_M \pm 1$) (рис. 5, *в*—*д*) или (±1,0),(0,±1) (рис. 5, *е*), также обладают специфической особенностью. Преимущественный вклад этих детекторов в поперечное распределение корреляций, изображенный четырьмя наиболее яркими пикселями, сохраняется для когерентных лазерных пучков (рис. 5, *в*), для которых должно выполняться равенство $\bar{g}_M^{(2)} = \hat{g}_\perp^{(2)} = 1$ во всей области измерения. Следовательно, данный перекрестный эффект необходимо также относить к аппаратным искажениям и учитывать при обработке полученных результатов [28]. При этом перекрестный эффект охватывает значительную часть детекторов камеры, что проявляется в его сохранении после усреднения по детекторам (рис. 5, *е*). В случаях Φ_2 (рис. 5, *г*) и Φ_3 (рис. 5, *д*), когда регистрируется поток поперечно коррелированных фотонов с максимальной корреляцией между ближайшими точками, процедура отбраковки аппаратного эффекта cross-talking особенно важна.

Случайные антикорреляции дальнего порядка. Измерения показывают, что степень поперечной когерентности $\bar{g}_M^{(2)}(k)$ искажается и несистематическими "случайными" дефектами, распределенными по всем детекторам камеры. Наибольшие искажения проявляются для конфигурации Φ_3. Эти искажения связываем с проявлением эффекта "горячего" детектора, когда отдельные детекторы являются аномально чувствительными к внутренним шумам МДОФ. Отсчет "горячего" детектора, вызванный не фотоном, исключает его срабатывание до следующей перезарядки, что приводит к пониженному вкладу данного детектора в регистрации парных совпадений фотонов. Чем сильнее эффект "горячего" детектора, например k_1, тем выше вероятность $\Gamma^{(1)}[k_1]$ и одновременно ниже $\bar{g}_M^{(2)}(k_1)$. Сравнение рис. 5, *г*, *д* с рис. 5, *а*, *б* показывает примерное совпадение положений темных пикселей в изображении $\bar{g}_M^{(2)}(k)$ с яркими в изображении интенсивности $\Gamma^{(1)}[k]$, которые случайным образом распределены по детекторам (случайные антикорреляции дальнего порядка). Усредненная "поперечная" степень корреляции отсчетов $\hat{g}_\perp^{(2)}(i,j)$ отмеченные несистематические случайные антикорреляции не содержит (рис. 5, *е*).

Результаты и их обсуждение. Электромагнитное поле $\hat{E}_D^{(-)}(r,t)$ в плоскости (XY) вращающегося диска D (рис. 1) представляет собой сумму когерентных полей, рассеянных в широком диапазоне направлений неоднородностями диска после прохождения линзы L_2, и образует в ее фокальной плоскости ($X_F Y_F$), обозначенной Σ_{L2}, поле $\hat{E}_F^{(-)}(r,t)$, являющееся Фурье-преобразованием по поперечным координатам поля $\hat{E}_D^{(-)}(r,t)$ [35]. Свободное распространение и ослабление аттенюатором A преобразует данное поле со спекл-структурой в поле $\hat{E}^{(-)}(r,t) = \hat{E}_C^{(-)}(r,t)$ в плоскости ($X_C Y_C$), небольшая центральная часть которого регистрируется МДОФ. Анализ измеренных корреляционных функций второго порядка интенсивности (2) является относительно простой задачей для тепловых полей $\hat{E}^{(-)}(r,t)$, образующихся в случаях, когда пространственный масштаб Δ_r неоднородностей диска D значительно меньше радиуса освещаемого пятна w, что приводит к стационарным пространственно-однородным гауссовым случайным полям со спекл-структурой, которые характеризуются степенью когерентности стандартного вида

$$g^{(2)}(r-r',t-t') = G^{(2,2)}(r,t;r',t')\big/G^{(1,1)}(r,t)G^{(1,1)}(r',t') = 1+|g^{(1)}(r-r',t-t')|^2, \tag{12}$$

где $g^{(1)}(r-r',t-t') = G^{(1,1)}(r,t;r',t')\Big/\sqrt{G^{(1,1)}(r,t)G^{(1,1)}(r',t')}$ — нормированная корреляционная функция первого порядка [5]. Очевидно, что для таких полей $g^{(2)}(0) = 2$, а измерение $g^{(2)}(\rho,\tau)$ соответствует измерению функции $|g^{(1)}(\rho,\tau)|$, которая характеризуется временем и поперечным радиусом когерентности

$$t_c \approx w/2\pi r\nu\,,\ l_c \approx F_2\lambda/\pi w\,. \tag{13}$$

В случаях, когда статистика создаваемого поля не является гауссовой, уравнение (6) не выполняется, как и соотношения (13). Тогда вместо (12) используем общее соотношение [5]

$$g^{(2)}(r-r',t-t') = 1+|g^{(1)}(r-r',t-t')|^2 + \Delta g^{(2)}(r-r',t-t'), \tag{14}$$

содержащее новую отрицательно-значную функцию $\Delta g^{(2)}(\rho,\tau)$, определение которой — отдельная задача. Должны изменяться и соотношения (13).

Согласно представленным данным, а также микроскопическому исследованию диска и изображению светящегося пятна неподвижного диска в фокальной плоскости Σ_{L2}, на диске наряду с мелкими неоднородностями присутствуют крупные, размеры которых $\Delta_r = 200$ мкм сопоставимы с размером пятна w на диске. Разные по размерам неоднородности диска проявляются наличием нескольких масштабов в зависимостях $g^{(2)}(\rho,\tau)$, для демонстрации которых использован специальный метод нелинейного отображения. Отсутствие в измеренных данных важных для интерпретации статистики рассеянных фотонов значений $\hat{g}_\perp^{(2)}(0, j=0)$, сильное искажение перекрестным эффектом ближайших к “центральному” детектору значений $\hat{g}_\perp^{(2)}(0,|j|=1)$ (рис. 6), а также флуктуации $\hat{g}_\perp^{(2)}(0,j)$ для “дальних” детекторов, ответственных за корреляции близко расположенных источников в плоскости диска D, можно восполнить и откорректировать с помощью отображения:

$$Y_{g,1}(j) = j/g(j) - j, \tag{15}$$

уменьшающего значения центральной области функции $g(j)$ и увеличивающего ее “хвостовые” значения (“гиперболический микроскоп”). Представленное на рис. 6, *б* отображение (15) измеренных значений $\hat{g}_\perp^{(2)}(0,j)$ для конфигурации Φ_3 показывает нивелирование перекрестного эффекта для детекторов $|j| = 1$, возможность “восстановления” центрального значения $\hat{g}_\perp^{(2)}(0,0)$, а также разномасштабный характер функции $\hat{g}_\perp^{(2)}(0,j)$. В центральной области $|j| \le 5$ ($\rho \le 0.22$ мм) основным членом

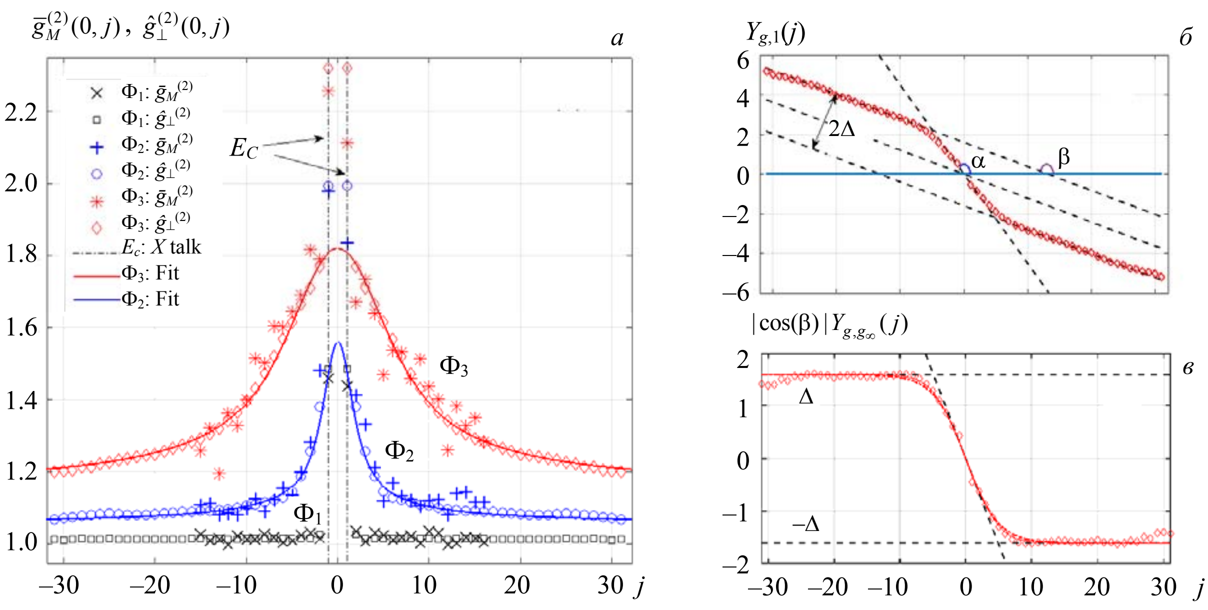

Рис. 6. *а* — Парные корреляции отсчетов $\bar{g}_M^{(2)}(0,j)$ (8) выделенного детектора $M = 496(15,15)$ и детекторов ($i_k = 15$, $j_k = 15 + j$), $j = -15, \ldots, -1, 1, \ldots, 16$, расположенных по горизонтальной линии для конфигураций Φ_1 (×), Φ_2 (+) и Φ_3 (∗); усредненные значения $\hat{g}_\perp^{(2)}(0,j), (|j|=1,\ldots,31)$ (11) — Φ_1 (□), Φ_2 (o) и Φ_3 (◊); аппроксимация данных $\hat{g}_\perp^{(2)}(0,j)$ на основе отображения (15) — Φ_2 (сплошная синяя линия), Φ_3 (сплошная красная линия); вертикальные тонкие штриховые линии — значения корреляций отсчетов $\bar{g}_M^{(2)}(0, j = M \pm 1)$ и $\hat{g}_\perp^{(2)}(0, j = \pm 1)$ ближайших по горизонтали детекторов, для которых наиболее сильно проявляется перекрестный эффект; *б* — нелинейное отображение (15) данных $\hat{g}_\perp^{(2)}(0,j)$ для конфигурации Φ_3; *в* — отображение (17) для данных, представленных на рис. 3, *б*, сплошная линия — аппроксимация сигмоидой $\Sigma_{\text{erf}}(j)$, штрихпунктир — сигмоидой $\Sigma_{\text{th}}(j)$

функции (15) является линейная функция $Y_{g,1} = k_\alpha j$ ($k_\alpha = \mathrm{tg}_\alpha \approx -0.4505$), при этом вычисляемое по наклону k_α значение $\hat{g}_\perp^{(2)}(0,0) = 1/(1+k_\alpha)$ для рассматриваемого случая равно 1.82. Корреляции с детекторами в дальней области $|j| \geq 11$ ($\rho \geq 0.491$ мм) также описываются линейной функцией $Y_{g,1} = k_\beta j - \Delta\sqrt{1+k_\beta^2}\,\mathrm{sign}(j)$ с наклоном $k_\beta = \mathrm{tg}_\beta \approx -0.1213$ и сдвигом $\Delta/|\cos\beta| \approx 1.6118$, $\Delta \approx 1.60$.

Продолжение функции $\hat{g}_\perp^{(2)}(0,j)$ в область значений j, которые не доступны в данном эксперименте, предсказывает ее приближение к асимптотическому значению $g_\infty = 1/(1 + k_\beta) \approx 1.138$ по гиперболическому закону: $\hat{g}_\perp^{(2)}(0,j) \approx 1/[1+k_\beta - (\Delta/|\cos\beta|)\mathrm{sign}(j)/j]$. Сшивку областей с двумя наклонами k_α и k_β удобно осуществить преобразованием

$$Y_{g,g_\infty}(j) = j/g(j) - j/g_\infty . \tag{16}$$

Функция $|\cos(\beta)|Y_{g,g_\infty}(j)$ (рис. 6, *в*) имеет универсальный вид

$$|\cos(\beta)|\,Y_{g,g_\infty}(j) = -\Delta\,\Sigma(j), \tag{17}$$

где $\Sigma(j)$ — сигмоида, например гиперболический тангенс $\Sigma_{\mathrm{th}}(j) = \mathrm{th}(kj/2)$ или функция ошибок $\Sigma_{\mathrm{erf}}(j) = \mathrm{erf}(j/\sigma\sqrt{2})$. Соответственно, и сама функция $\hat{g}_\perp^{(2)}(0,j)$ принимает универсальный вид

$$\hat{g}_\perp^{(2)}(0,j) = \frac{1}{1+\mathrm{tg}\beta - \dfrac{\Delta}{|\cos\beta|}\dfrac{\Sigma(j)}{j}}, \tag{18}$$

где наклон сигмоиды $\kappa_S = (d\Sigma/dj)_{j=0}$ выбран так, что $\hat{g}_\perp^{(2)}(0,0) = 1/(1+\mathrm{tg}\alpha)$:

$$\kappa_S = \frac{|\cos\beta|}{\Delta}(\mathrm{tg}\beta - \mathrm{tg}\alpha), \tag{19}$$

что для сигмоид $\Sigma_{\mathrm{th}}(j)$ и $\Sigma_{\mathrm{erf}}(j)$ означает $k = 2\kappa_s \approx 0.4086$ и $\sigma = \sqrt{2}/\pi\kappa_s^{-1} \approx 3.9053$. Ординаты точек пересечения прямых на рис. 6, *б* равны $\pm\kappa_s^{-1}$, что соответствует середине переходной области. Условно можно считать, что приближение дальней области работает, начиная с $2\kappa_s^{-1} \approx 9.7895$. Функциональная зависимость (18) для конфигурации Φ_3 и сигмоиды $\Sigma_{\mathrm{erf}}(j)$ с найденными параметрами (рис. 6, *а*) демонстрирует хорошее согласие с экспериментальными значениями и наличие двух характерных масштабов.

Проведенный аналогичный анализ данных для поперечной степени корреляции $\hat{g}_\perp^{(2)}(0,j)$ в конфигурации Φ_2 дал три параметра ($k_\alpha = -0.3590$, $k_\beta = -0.0512$, $\Delta = 0.43$), определяющих функцию (18). Полученные параметры приводят к следующим характеристикам $\hat{g}_\perp^{(2)}(0,j)$: $\hat{g}_\perp^{(2)}(0,0) = 1.56$, $g_\infty = 1.054$, $2\kappa_s^{-1} = 2.8150$ (рис. 6, *а*). Сравнение полученных характеристик с оценкой поперечной длины когерентности для случая мелкомасштабной неоднородности диска (13) показывают неплохое соответствие $l_{c\Phi 2} = 0.121$ мм ($2.71\delta_s$) и $l_{c\Phi 3} = 0.533$ мм ($11.94\delta_s$) с соответствующими значениями $2\kappa_s^{-1}$. Однако для обеих конфигураций значения $l_{c\Phi i}$ сравнимы или больше соответствующих радиусов пятен на диске $w_2 = 0.141$ и 0.032 мм. Как результат, дальние корреляции при $\rho \geq 2\kappa_s^{-1}$ не описываются гауссовыми распределениями в рамках соотношений (12), справедливых для тепловых источников, а представляют собой гиперболически спадающие функции.

Продольная когерентность пучков (рис. 3) в виде временной корреляционной функции $\tilde{g}^{(2)}[a,b,t_S]$ хорошо аппроксимируется функцией (18), в которой пространственный аргумент j заменяется на временной $t_S = ST_f$. Полученные параметры (k_α,k_β,Δ) для конфигураций Φ_2 (-0.4413, $-2 \cdot 10^{-5}$, $2.78 \cdot 10^{-6}$ с) и Φ_3 (-0.3245, -0.0375, $1.28 \cdot 10^{-6}$ с) для функции $\tilde{g}^{(2)}[a,b,t_S]$ дают значения $\tilde{g}^{(2)}[a,b,0]$, g_∞, $2\kappa_s^{-1}$: 1.4803, 1.039, $8.93 \cdot 10^{-6}$ с в конфигурации Φ_2 и 1.79, 1.00002, $1.26 \cdot 10^{-5}$ с в конфигурации Φ_3 (рис. 7). Сравнение полученных характеристик с оценкой времени когерентности для случая мелкомасштабной неоднородности диска (13) показывает, что $t_{c\Phi 2} = 7.48 \cdot 10^{-5}$ с и $t_{c\Phi 3} = 1.69 \cdot 10^{-5}$ с не соответствуют значениям $2\kappa_s^{-1} = 8.93 \cdot 10^{-6}$ (Φ_2) и $1.26 \cdot 10^{-5}$ с (Φ_3) прежде всего для конфигурации Φ_2 с большим радиусом пятна w_2. Последнее подтверждает, что корреляции определяются не размером пятна, а размером Δ_r присутствующих на нем неоднородностей.

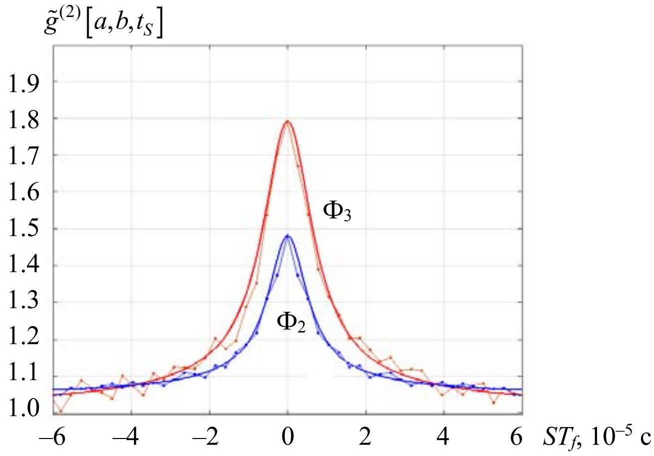

Рис. 7. Аппроксимация степени временной когерентности $\tilde{g}^{(2)}[a,b,t_S]$ (5) с $t_S = ST_f$, представленной на рис. 3 для детекторов a = 496(15,15) и b = 432(13,15) при конфигурациях $Ф_2$ и $Ф_3$ (точки — эксперимент, сплошные — аппроксимация по (18))

Заключение. Представленные методы обработки "сырых" данных, получаемых высокоскоростной время-разрешающей матрицей детекторов одиночных фотонов, примененные к анализу пространственно-временных корреляций излучения, создаваемого при рассеянии на вращающемся диске с разномасштабными неоднородностями, позволили с помощью нелинейного отображения данных установить универсальный характер поведения степени корреляции второго порядка и определить его параметры для случая негауссовых флуктуаций исследуемого источника. Разработанные методы минимизации аппаратных искажений, дополненные теоретическими методами обработки, представляют собой инструмент исследования и создания стандартизированных источников коррелированных фотонов, необходимых, в частности, для получения и анализа фантомных изображений высокого пространственного разрешения.

Авторы благодарны А. Б. Михалычеву за полезные обсуждения результатов работы.

[1] **Б. И. Степанов.** Введение в современную оптику, в 4-х т., Минск, Наука и техника (1991)
[2] **Е. М. Брумберг, С. И. Вавилов.** Изв. АН СССР, VII сер., **7** (1933) 919—941
[3] **С. И. Вавилов.** Микроструктура света: Исследования и очерки, Москва, АН СССР (1950)
[4] **R. J. Glauber.** Phys. Rev., **130** (1963) 2529
[5] **С. Я. Килин.** Квантовая оптика. Поля и их детектирование, Минск, Навука і тэхніка (1990)
[6] **L. Mandel, E. Wolf.** Optical Coherence and Quantum Optics, Cambridge University Press (1995)
[7] **R. Hanbury Brown, R. Q. Twiss.** Nature, **177** (1956) 27—29
[8] **S. Chopra, L. Mandel.** Phys. Rev. Lett., **30** (1973) 60
[9] **O. A. Ivanova, T. S. Iskhakov, A. N. Penin, M. V. Chekhova.** Quantum Electron., **36** (2006) 951—956
[10] **B. Blauensteiner, I. Herbauts, S. Bettelli, A. Poppe, H. Hubel**. Phys. Rev. A, **79** (2009) 063846
[11] **P. R. Tapster, J. G. Rarity.** J. Mod. Opt., **45** (1998) 595
[12] **D. B. Horoshko, S. De Bièvre, G. Patera, M. I. Kolobov.** Phys. Rev. A, **100** (2019) 053831
[13] **C. Santori, D. Fattal, J. Vuckovic, G. S. Solomon, Y. Yamamoto.** Nature, **419** (2002) 594—597
[14] **X.-L. Chu, S. Götzinger, V. Sandoghdar.** Nat. Photonics, **11** (2017) 58—62
[15] **B. Rodiek, M. Lopez, H. Hofer, G. Porrovecchio, M. Smid, X.-L. Chu, S. Gotzinger, V. Sandoghdar, S. Lindner, C. Becher, S. Kuck.** Optica, **4** (2017) 71—76
[16] **J. Shi, G. Patera, D. B. Horoshko, M. I. Kolobov.** J. Opt. Soc. Am. B, **37**, N 12 (2020) 3741—3753
[17] **D. S. Mogilevtsev, V. S. Shchesnovich**. Opt. Lett., **35** (2010) 3375
[18] Квантовая криптография: идеи и практика, под ред. С. Я. Килина, Д. Б. Хорошко, А. П. Низовцева, Минск, Беларуская навука (2007)
[19] **М. М. Эскандери, Д. Б. Хорошко, С. Я. Килин.** Журн. прикл. спектр., **86**, № 5 (2019) 717—720 [**M. M. Eskandari, D. B. Horoshko, S. Ya. Kilin.** J. Appl. Spectr., **86** (2019) 806—809]

[20] **S. L. Braunstein, H. J. Kimble.** Phys. Rev. Lett., **80** (1998) 869
[21] **D. B. Horoshko, S. Ya. Kilin.** Phys. Rev. A, **61** (2000) 032304
[22] **С. Я. Килин.** УФН, **169** (1999) 507
[23] **M. Avenhaus, K. Laiho, M. V. Chekhova, C. Silberhorn.** Phys. Rev. Lett., **104** (2010) 063602
[24] **А. В. Белинский, Д. Н. Клышко.** ЖЭТФ, **105** (1994) 487—493
[25] **R. Bennink, S. Bentley, R. Boyd.** Phys. Rev. Lett., **89** (2002) 113601
[26] **A. Gatti, E. Brambilla, M. Bache, L. A. Lugiato.** Phys. Rev. A, **70** (2004) 013802
[27] **A. Gatti, M. Bache, D. Magatti, E. Brambilla, F. Ferri, L. A. Lugiato.** J. Mod. Opt., **53**, N 5-6 (2006) 739—760
[28] **А. С. Чиркин.** Письма в ЖЭТФ, **103**, № 4 (2016) 309—313
[29] **L. Gasparini, M. Zarghami, H. Xu, L. Parmesan, M. M. Garcia, M. Unternährer, B. Bessire, A. Stefanov, D. Stoppa, M. Perenzoni.** IEEE Int. Solid-State Circuits Conference-(ISSCC) (2018) 98—100
[30] **M. Zarghami, L. Gasparini, M. Perenzoni L. Pancheri.** Instruments, **3**, N 3 (2019) 38—49
[31] **W. Martienssen, E. Spiller.** Am. J. Phys., **32** (1964) 919—926
[32] **T. Asakura.** Optoelectronics, **2** (1970) 115—123
[33] **B. Crosignani, B. Daino, P. Di Porto.** J. Appl. Phys., **42** (1971) 399—403
[34] **Y. Cai, Y. Chen, J. Yu, X. Liu, L. Liu.** Chapter Three – Generation of Partially Coherent Beams, Ed. Taco D. Visser, Progress in Optics, Elsevier, **62** (2017) 157—223
[35] **Дж. Гудмен.** Введение в Фурье-оптику, Москва, Мир (1970)