

ОПТИЧЕСКИЙ ОТКЛИК КОМПОЗИТНОЙ СИСТЕМЫ “МОНОСЛОЙ СФЕРИЧЕСКИХ ЧАСТИЦ В ПОГЛОЩАЮЩЕЙ МАТРИЦЕ” ПРИ ПАДЕНИИ ПЛОСКОЙ ВОЛНЫ ПО НОРМАЛИ

Н. А. Лойко*, А. А. Мискевич, В. А. Лойко

УДК 535.34;535.36

<https://doi.org/10.47612/0514-7506-2023-90-2-299-309>

Институт физики НАН Беларуси, Минск, Беларусь; e-mail: n.loiko@ifanbel.bas-net.by, miskevic@ifanbel.bas-net.by, loiko@ifanbel.bas-net.by

(Поступила 3 февраля 2023)

Получены уравнения для описания рассеяния и поглощения излучения освещаемым по нормали монослоем одинаковых сферических частиц, находящимся в однородной светопоглощающей среде (матрице). Они основаны на использовании квазикристаллического приближения, приближения среднего поля и мультипольного разложения полей и тензорной функции Грина по векторным сферическим волновым функциям. Представлены результаты численного анализа коэффициентов когерентного пропускания и отражения, некогерентного рассеяния, поглощения композитных систем (монослоя наночастиц золота (Au) в фуллереновой (C_{60}) матрице и монослоя наночастиц серебра (Ag) в матрице фталоцианина меди (CuPc)) в видимом диапазоне спектра при разных концентрациях и размерах частиц. Проведено сравнение зависимостей длины волны максимума плазмонного резонанса поглощения от фактора заполнения частично упорядоченного монослоя, рассчитанных с учетом (в квазикристаллическом приближении) и без учета (в интерференционном приближении) многократного рассеяния волн. Результаты расчетов качественно согласуются с известными данными эксперимента по длинноволновому сдвигу полосы резонанса с ростом фактора заполнения монослоя. Полученные уравнения могут быть использованы при решении задач оптики тонких пленок, разработке фотонных и оптоэлектронных устройств, содержащих поглощающие матрицы.

Ключевые слова: светопоглощающая среда, монослой сферических частиц, многократное рассеяние волн, мультипольное разложение полей, поглощение излучения, метаповерхность.

The equations are derived to describe scattering and absorption of light by a normally illuminated monolayer of identical spherical particles in a homogeneous light-absorbing medium (matrix). They are based on the quasicrystalline approximation, mean-field approximation, and multipole expansion of fields and tensor Green's function in terms of vector spherical wave functions. The results are presented of numerical analysis of the coefficients of coherent transmission and reflection, incoherent scattering, and absorption of composite systems (a monolayer of gold (Au) nanoparticles in fullerene (C_{60}) matrix and a monolayer of silver (Ag) nanoparticles in copper phthalocyanine (CuPc) matrix) in visible spectrum at different concentrations and sizes of particles. The comparison is made of the dependences of the wavelength of the absorption plasmon resonance maximum on the filling factor of the partially ordered monolayer, calculated with (in the quasicrystalline approximation) and without (in the interference approximation) taking into account multiple scattering of waves. The calculation results are in qualitative agreement with the known experimental data on the red-shift of the resonance with increasing in the monolayer filling factor. The derived equations can be used in solving problems of thin-film optics, developing photonic and optoelectronic devices containing absorbing matrices.

Keywords: light-absorbing medium, monolayer of spherical particles, multiple scattering of waves, multipole expansion of fields, absorption of light, metasurface.

OPTICAL RESPONSE OF A COMPOSITE SYSTEM “MONOLAYER OF SPHERICAL PARTICLES IN AN ABSORBING MATRIX” AT NORMAL INCIDENCE OF PLANE WAVE

N. A. Loiko*, A. A. Miskevich, V. A. Loiko (B. I. Stepanov Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus; e-mail: n.loiko@ifanbel.bas-net.by, miskevic@ifanbel.bas-net.by, loiko@ifanbel.bas-net.by)

Введение. Взаимодействие света с веществом издревле интересовало мыслителей и ученых. Его систематическое рассмотрение впервые сделано в “Книге оптики” Альхазена, написанной в XI в. на арабском языке и переведенной на латинский в XII в. Книга получила известность в Европе после ее печатного издания в XVI в. [1]. Этот фундаментальный труд дал толчок развитию физической оптики и привел к открытию законов, на базе которых построены современные устройства управления оптическими волнами и потоками. Ключевыми моментами развития оптики последнего столетия являются рождение квантовой оптики, фотоники и создание лазеров. Эти направления и их многочисленные приложения [2—4] стали основополагающими в работе созданного в 1959 г. Института физики Академии наук Беларуси под руководством директора — Бориса Ивановича Степанова. Одно из направлений, заложенное в работе [5], — оптика рассеивающих сред. Активное развитие этого направления в Институте позволило создать известную в мире школу по решению задач атмосферной оптики и космического зондирования Земли, гидрооптики, оптики биологических тканей и других сред, составной частью которых являются нано- и микрометровые неоднородности.

В настоящее время большое внимание уделяется разработке теории взаимодействия оптического излучения с пространственно-организованными структурами частиц (элементов), размер которых намного меньше или сопоставим с длиной волны излучения, в связи с новыми возможностями их изготовления и их многочисленными применениями в решении задач современной оптики, фотоники, микроэлектроники, химии, медицины и других направлений. Исследования взаимодействия света с веществом на нано- и микроуровнях необходимы для развития современных и будущих технологий. Как правило, предполагается, что среда, в которой находятся частицы, не поглощает излучение [6—13].

В последние годы нами разработан полуаналитический статистический метод [14—20] описания оптического отклика монослоя частиц, находящихся в непоглощающей окружающей среде. Он позволяет рассматривать не только когерентную (прямо прошедшую и зеркально отраженную) [6, 11, 14—16, 20], но и некогерентную [17—19] составляющую (угловое распределение) излучения, рассеянного освещаемым по нормали монослоем одинаковых сферических частиц с ближним и неидеальным дальним порядком в их расположении. В работах [21—25] мы расширили этот метод для описания оптического отклика монослоя, освещаемого под произвольным углом плоской волной с произвольной поляризацией. Метод основан на идеях, изложенных в [6, 26]. Он учитывает многократное рассеяние волн в двумерном массиве частиц и применим к анализу оптических характеристик слоев с разным типом пространственного порядка в широком диапазоне факторов заполнения и параметров дифракции частиц.

Для решения многих практических задач создания новых оптических элементов и устройств требуется детальное понимание формирования оптического отклика пространственно-организованных структур частиц (светопоглощающих или непоглощающих), находящихся в светопоглощающей матрице. Это важно, например, при разработке и создании солнечных элементов, светодиодов, химических фотореакторов, фотодетекторов, других оптических и оптоэлектронных устройств. Такие структуры обеспечивают большие возможности по управлению характеристиками композитных материалов [9, 10, 27—32]. Сегодня исследования взаимодействия излучения с ансамблями частиц, внедренными в поглощающие среды, находятся в зачаточном состоянии. Количество публикаций по этому направлению в сравнении с их количеством по рассеянию света в непоглощающих средах ничтожно мало. Различные концепции и аспекты решения задачи описания излучения, однократно и многократно рассеянного частицами в поглощающих средах, рассмотрены в [33—44].

Разработанный нами статистический метод описания взаимодействия света с дисперсным веществом развит для анализа оптических свойств композитной системы “монослой одинаковых сферических частиц в поглощающей среде” при его освещении по нормали. Он основан на квазикристаллическом приближении, приближении среднего поля и мультипольном разложении полей и тензорной функции Грина по векторным сферическим волновым функциям. Получены уравнения для описания коэффициентов когерентного пропускания и отражения, некогерентного рассеяния и поглощения. Результаты проведенных по ним расчетов находятся в качественном согласии с опубликованными теоретическими и экспериментальными данными других авторов.

Основные уравнения. Рассмотрим монослой, состоящий из N одинаковых сферических частиц, центры которых находятся в плоскости монослоя (x, y) в точках, определяемых радиусами-векторами $\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2, \dots, \mathbf{R}_N$ относительно начала координат O , находящегося в центре произвольно выбранной частицы (рис. 1). Монослой расположен в неограниченной светопоглощающей среде и освещается по нормали (вдоль оси z) плоской электромагнитной волной с электрическим вектором \mathbf{E}_0 и единичным

вектором поляризации $\hat{\mathbf{e}}_0 = \varepsilon_x \hat{\mathbf{x}} + \varepsilon_y \hat{\mathbf{y}}$:

$$\mathbf{E}_0 = \hat{\mathbf{e}}_0 E_0 e^{ik_h z}, \quad (1)$$

где $k_h = 2\pi m_h / \lambda$ — комплексное волновое число, $m_h = n_h + i\kappa_h$, n_h и κ_h — показатели преломления и поглощения среды, λ — длина волны падающего излучения в вакууме; E_0 — амплитуда падающей волны в плоскости монослоя ($z = 0$).

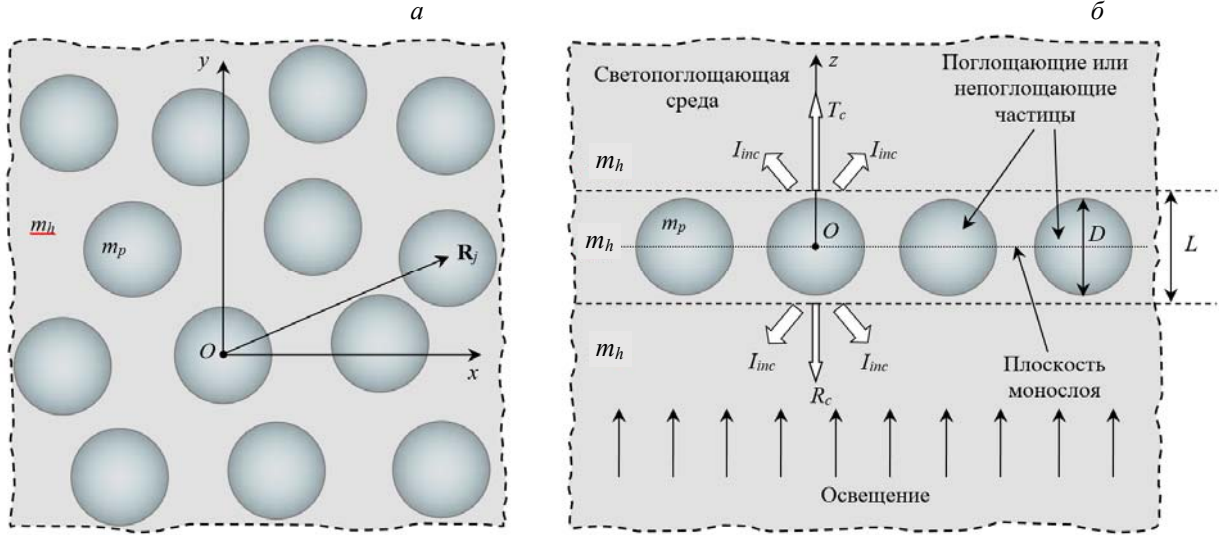


Рис. 1. Схематическое изображение освещаемого по нормали монослоя одинаковых однородных сферических частиц диаметром D в однородной светопоглощающей среде (матрице): a — вид сверху, b — вид сбоку; m_h и m_p — комплексные показатели преломления среды и частиц; T_c и R_c — коэффициенты когерентного пропускания и отражения слоя толщиной L ; I_{inc} — интенсивность некогерентно рассеянного излучения

Поле $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ в некоторой точке \mathbf{r} является суммой поля падающей волны и полей волн, рассеянных данной конфигурацией ансамбля частиц (данным пространственным распределением частиц):

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_0(\mathbf{r}) + \sum_{j=1}^N \mathbf{F}_j(\mathbf{r}, \mathbf{R}_j), \quad (2)$$

$$\text{где } \mathbf{F}_j(\mathbf{r}, \mathbf{R}_j) = \frac{(k_p^2 - k_h^2)}{4\pi} \int_{V_p} d\mathbf{r}' \tilde{\mathbf{G}}(\mathbf{r}, \mathbf{R}_j + \mathbf{r}') \cdot \mathbf{E}(\mathbf{R}_j + \mathbf{r}') \quad (3)$$

— поле, рассеянное в точку \mathbf{r} частицей с центром в точке \mathbf{R}_j ; $k_p = 2\pi m_p / \lambda$ — комплексное волновое число, $m_p = n_p + i\kappa_p$, n_p и κ_p — показатели преломления и поглощения частицы; V_p и D — объем и диаметр частицы, $0 \leq |\mathbf{r}'| \leq D/2$; $\mathbf{E}(\mathbf{R}_j + \mathbf{r}')$ — поле в точке $\mathbf{R}_j + \mathbf{r}'$ внутри j -й частицы (внутреннее поле); $\tilde{\mathbf{G}}$ — тензорная (диадная) функция Грина:

$$\tilde{\mathbf{G}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) = \left[\tilde{\mathbf{I}} + \frac{1}{k_h^2} \nabla \otimes \nabla \right] \frac{e^{ik_h |\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|}}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|}, \quad (4)$$

$\tilde{\mathbf{I}}$ — единичный тензор.

Рассмотрим двумерные (2D) структуры с однородным распределением частиц. В этом случае при падении волны по нормали усредненные внутренние поля одинаковы во всех частицах: $\langle \mathbf{E}(\mathbf{R}_j + \mathbf{r}') \rangle_j = \langle \mathbf{E}(\mathbf{r}') \rangle_1$, где $\langle \mathbf{E}(\mathbf{r}') \rangle_1$ — поле внутри частицы, центр которой находится в начале координат, усредненное по положениям остальных частиц (усредненное внутреннее поле).

Используя уравнение (2), найдем усредненное по всем возможным конфигурациям ансамбля поле $\langle \mathbf{E}(\mathbf{r}) \rangle$ вне частиц [17—19]:

$$\langle \mathbf{E}(\mathbf{r}) \rangle = \mathbf{E}_0(\mathbf{r}) + \sum_{j=1}^N \langle \mathbf{F}_j(\mathbf{r}, \mathbf{R}_j) \rangle = \mathbf{E}_0(\mathbf{r}) + \frac{(k_p^2 - k_h^2)}{4\pi} \rho_0 \int d\mathbf{R} \int_{V_p} d\mathbf{r}' \tilde{\mathbf{G}}(\mathbf{r}, \mathbf{R} + \mathbf{r}') \cdot \langle \mathbf{E}(\mathbf{r}') \rangle_1, \quad (5)$$

где ρ_0 — средняя плотность числа частиц (концентрация).

Для определения усредненного внутреннего поля $\langle \mathbf{E}(\mathbf{r}') \rangle_1$ используем квазикристаллическое приближение (ККП) теории многократного рассеяния волн [6, 26], т. е. учитываем только двухчастичные корреляции в расположении частиц. В этом приближении усредненное поле в каждой частице при двух фиксированных частицах предполагается равным усредненному полю при одной фиксированной частице. В общем случае в ККП статистика распределения частиц описывается двухчастичной функцией распределения вероятности $p(\mathbf{R}_i, \mathbf{R}_j)$. Рассматриваем азимутально усредненные системы, в которых корреляция в пространственном расположении частиц зависит только от расстояния между их центрами $R = |\mathbf{R}_i - \mathbf{R}_j|$, поэтому вместо $p(\mathbf{R}_i, \mathbf{R}_j)$ можем использовать радиальную функцию распределения (РФР) $g(R)$ [45, 46]. В результате получаем уравнение для $\langle \mathbf{E}(\mathbf{r}') \rangle_1$:

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{E}(\mathbf{r}') \rangle_1 = & \mathbf{E}_0(\mathbf{r}') + \frac{(k_p^2 - k_h^2)}{4\pi} \int_{V_p} d\mathbf{r}'' \tilde{\mathbf{G}}(\mathbf{r}', \mathbf{r}'') \cdot \langle \mathbf{E}(\mathbf{r}'') \rangle_1 + \\ & + \frac{(k_p^2 - k_h^2)}{4\pi} \rho_0 \int d\mathbf{R} g(R) \int_{V_p} d\mathbf{r}'' \tilde{\mathbf{G}}(\mathbf{r}', \mathbf{R} + \mathbf{r}'') \cdot \langle \mathbf{E}(\mathbf{r}'') \rangle_1. \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь $g(R)$ — РФР, характеризующая вероятность расположения центра частицы на расстоянии R относительно центра частицы в начале координат, $R = |\mathbf{R}|$.

Рассмотрим усредненное поле $\langle \mathbf{E}(\mathbf{r}) \rangle$ в дальней зоне монослоя ($|\mathbf{r} - (\mathbf{R} + \mathbf{r}')| \gg \lambda$). Предположим, что излучение, рассеянное в направлении $\hat{\mathbf{r}}$, регистрируется приемником с площади монослоя S , линейные размеры которой малы по сравнению с расстоянием до точки наблюдения, но достаточно велики, чтобы статистические характеристики наблюдаемой площади ансамбля были такими же, как у всего монослоя:

$$\lim_{\substack{R \rightarrow \infty \\ r \rightarrow \infty}} \frac{R}{r} = \text{const} \ll 1, \quad (7)$$

где $r = |\mathbf{r}|$. При этих предположениях $|\mathbf{r} - (\mathbf{R} + \mathbf{r}')| \rightarrow r \left(1 - \hat{\mathbf{r}} \cdot \frac{\mathbf{R}}{r} + \frac{1}{2} \left(\frac{R}{r} \right)^2 - \hat{\mathbf{r}} \cdot \frac{\mathbf{r}'}{r} + \frac{\mathbf{R}}{r} \cdot \frac{\mathbf{r}'}{r} + \frac{1}{2} \left(\frac{r'}{r} \right)^2 \right)$. Слагаемые намного меньше единицы будем учитывать только в экспоненциальном члене функции Грина $\tilde{\mathbf{G}}(\mathbf{r}, \mathbf{R} + \mathbf{r}')$. При этом из членов, пропорциональных R или r' , оставим только максимальные.

Если $\hat{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{R} \neq 0$, то

$$\tilde{\mathbf{G}}(\mathbf{r}, \mathbf{R} + \mathbf{r}') = \frac{e^{ik_h r}}{r} [\tilde{\mathbf{I}} - \hat{\mathbf{r}} \otimes \hat{\mathbf{r}}] \exp[-ik_h (\hat{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{R} + \hat{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{r}')]. \quad (8)$$

Если $\hat{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{R} = 0$, то

$$\tilde{\mathbf{G}}(\mathbf{r}, \mathbf{R} + \mathbf{r}') = \frac{e^{ik_h r}}{r} [\tilde{\mathbf{I}} - \hat{\mathbf{r}} \otimes \hat{\mathbf{r}}] \exp \left[ik_h \left(\frac{1}{2} \frac{R^2}{r} - \hat{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{r}' \right) \right]. \quad (9)$$

В обоих случаях интегрирование в уравнении (5) по объему частицы и ее положению в монослое разделяется. В результате получаем:

$$\sum_{j=1}^N \langle \mathbf{F}_j(\mathbf{r}, \mathbf{R}_j) \rangle = \frac{\rho_0}{k_h r} e^{ik_h r} \mathbf{f}(\hat{\mathbf{r}}) h(\mathbf{r}). \quad (10)$$

Здесь $\mathbf{f}(\hat{\mathbf{r}})$ — амплитудная функция рассеяния частицы монослоя в направлении $\hat{\mathbf{r}}$:

$$\mathbf{f}(\hat{\mathbf{r}}) = \frac{(k_p^2 - k_h^2) k_h}{4\pi} \int_{V_p} d\mathbf{r}' (\tilde{\mathbf{I}} - \hat{\mathbf{r}} \otimes \hat{\mathbf{r}}) e^{-ik_h \hat{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{r}'} \cdot \langle \mathbf{E}(\mathbf{r}') \rangle_1. \quad (11)$$

В соответствии с выражением (6) $\langle \mathbf{E}(\mathbf{r}') \rangle_1$ и, следовательно, $\mathbf{f}(\hat{\mathbf{r}})$ учитывают вклад всех частиц монослоя в формирование внутреннего поля рассматриваемой частицы (многократное рассеяние волн в монослое).

Функция $h(\mathbf{r})$ учитывает различие в амплитудах полей, создаваемых частицами в точке \mathbf{r} . Она не равна нулю, если $\hat{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{R} = 0$, что выполняется при $\hat{\mathbf{r}} = \pm \hat{\mathbf{z}}$:

$$h(z) = \int e^{ik_h \frac{1}{2} \frac{R^2}{z}} d\mathbf{R} = \frac{2\pi iz}{k_h}. \quad (12)$$

В этих направлениях усредненные амплитуды волн, когерентно (прямо) прошедшей монослой $\langle \mathbf{E}_t(\mathbf{z}) \rangle$ и когерентно (зеркально) отраженной им $\langle \mathbf{E}_r(\mathbf{z}) \rangle$, принимают вид:

$$\langle \mathbf{E}_t(\mathbf{z}) \rangle = \mathbf{E}_0(\mathbf{z}) + \rho_0 \frac{2\pi i}{k_h^2} \mathbf{f}(\hat{\mathbf{z}}) e^{ik_h |\mathbf{z}|}, \quad (13)$$

$$\langle \mathbf{E}_r(\mathbf{z}) \rangle = \rho_0 \frac{2\pi i}{k_h^2} \mathbf{f}(-\hat{\mathbf{z}}) e^{ik_h |\mathbf{z}|}. \quad (14)$$

Некогерентная часть рассеянного излучения, возникающая в результате флуктуаций положений частиц, проявляется в интенсивности и определяется как разность между усредненной интенсивностью полного поля $I(\mathbf{r}) = \langle \mathbf{E}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{E}^*(\mathbf{r}) \rangle$ и интенсивностью его когерентной компоненты $I_c(\mathbf{r}) = \langle \mathbf{E}(\mathbf{r}) \rangle \cdot \langle \mathbf{E}^*(\mathbf{r}) \rangle$: $I_{inc}(\mathbf{r}) = I(\mathbf{r}) - I_c(\mathbf{r})$. Выражение для $I_{inc}(\mathbf{r})$ находится, как и в случае непоглощающей среды [17, 18], в приближении среднего поля: $\mathbf{E}(\mathbf{R}_j + \mathbf{r}') \approx \langle \mathbf{E}(\mathbf{R}_j + \mathbf{r}') \rangle_j$, т. е. пренебрегаем флуктуациями полей в частицах для конкретных конфигураций монослоя по сравнению со значениями этих полей, усредненных по возможным конфигурациям ансамбля при фиксации выбранной частицы. В результате интенсивность рассеянного излучения определяется выражением:

$$I_{inc}(\mathbf{r}) = \frac{\rho_0 S}{r^2 |k_h|^2} \mathbf{f}(\hat{\mathbf{r}}) \cdot \mathbf{f}^*(\hat{\mathbf{r}}) S_2(\sin \theta) e^{-\frac{4\pi}{\lambda} \kappa_h r} = \mathbf{f}(\hat{\mathbf{r}}) \cdot \mathbf{f}^*(\hat{\mathbf{r}}) \frac{\eta}{\pi x^2 (1 + \beta_h^2)} \frac{S}{r^2} S_2(\sin \theta) e^{-\frac{4\pi}{\lambda} \kappa_h r}. \quad (15)$$

Здесь η — фактор заполнения монослоя (отношение площади проекций всех частиц на плоскость монослоя к площади, где они распределены); $x = \pi D n_h / \lambda$ — параметр дифракции частиц, D — диаметр частиц; $\beta_h = \kappa_h / n_h$; S — площадь монослоя, “видимая” приемником; $S_2(\sin \theta)$ — двумерный структурный фактор. Как и в случае непоглощающей среды [17—19, 46], он описывает влияние пространственного распределения частиц на угловую структуру рассеянного излучения:

$$S_2(\sin \theta) = 1 + 8\eta \int_0^\infty [g(u) - 1] J_0(2xu \sin \theta) u du, \quad (16)$$

где θ — полярный угол рассеяния; $u = R/D$ — безразмерная переменная интегрирования, которая определяет расстояние в плоскости монослоя, выраженное в диаметрах D частиц; $J_0(z)$ — цилиндрическая функция Бесселя нулевого порядка. Поток излучения в телесном угле $d\Omega$ через элементарную площадь сфер $r^2 d\Omega$:

$$dJ_{inc}(\hat{\mathbf{r}}) = I_{inc}(\mathbf{r}) r^2 d\Omega = \mathbf{f}(\hat{\mathbf{r}}) \cdot \mathbf{f}^*(\hat{\mathbf{r}}) \frac{\eta S}{\pi x^2 (1 + \beta_h^2)} S_2(\sin \theta) d\Omega. \quad (17)$$

Для определения амплитудной функции рассеяния $\mathbf{f}(\hat{\mathbf{r}})$ используем метод разложения функций, входящих в уравнения (6), (11) по векторным сферическим волновым функциям (ВСВФ) [47—49]. Разложение поля падающей волны (1) для произвольного вектора поляризации $\hat{\mathbf{e}}_0$ записывается на основе разложения по ВСВФ матричной функции $\tilde{\mathbf{T}} e^{-ik_h z}$:

$$\mathbf{E}_0(\mathbf{r}) = E_0 \sum_{l=1}^\infty i^l \frac{2l+1}{l(l+1)} \left\{ \varepsilon_x [\mathbf{M}_{ol}^{(1)}(k_h \mathbf{r}) - i \mathbf{N}_{el}^{(1)}(k_h \mathbf{r})] - \varepsilon_y [\mathbf{M}_{el}^{(1)}(k_h \mathbf{r}) + i \mathbf{N}_{ol}^{(1)}(k_h \mathbf{r})] \right\}, \quad (18)$$

где индексы e и o обозначают четные и нечетные функции.

Представим усредненное поле в частице подобным разложением с неизвестными коэффициентами a_{lM} и a_{lE} :

$$\langle \mathbf{E}(\mathbf{r}') \rangle_1 = E_0 \sum_{l=1}^\infty \left\{ \varepsilon_x [a_{lM} \mathbf{M}_{ol}^{(1)}(k_h \mathbf{r}) - i a_{lE} \mathbf{N}_{el}^{(1)}(k_h \mathbf{r})] - \varepsilon_y [a_{lM} \mathbf{M}_{el}^{(1)}(k_h \mathbf{r}) + i a_{lE} \mathbf{N}_{ol}^{(1)}(k_h \mathbf{r})] \right\}. \quad (19)$$

Для интегрирования (11) разложим матричную функцию $(\tilde{\mathbf{T}} - \hat{\mathbf{r}} \otimes \hat{\mathbf{r}}) e^{-ik_h \hat{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{r}'}$ по ВСВФ. Используя ортогональность векторных сферических гармоник, получаем:

$$\mathbf{f}(\hat{\mathbf{r}}) = E_0 [\mathbf{f}_\theta(\hat{\mathbf{r}}) \hat{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{f}_\varphi(\hat{\mathbf{r}}) \hat{\boldsymbol{\varphi}}], \quad (20)$$

$$\text{где} \quad \mathbf{f}_\theta(\hat{\mathbf{r}}) = i \sum_{l=1}^\infty \frac{(2l+1)}{l(l+1)} \left[(\varepsilon_x \cos \varphi + \varepsilon_y \sin \varphi) (\pi_l^{(1)}(\mu) d_{lM} + \tau_l^{(1)}(\mu) d_{lE}) \right], \quad (21)$$

$$f_{\varphi}(\hat{\mathbf{r}}) = i \sum_{l=1}^{\infty} \frac{(2l+1)}{l(l+1)} \left[(\varepsilon_y \cos \varphi - \varepsilon_x \sin \varphi) (\pi_l^{(1)}(\mu) d_{lE} + \tau_l^{(1)}(\mu) d_{lM}) \right], \quad (22)$$

$\pi_l^{(1)}(\mu) = P_l^1(\cos \theta) / \sin \theta$ и $\tau_l^{(1)}(\mu) = dP_l^1(\cos \theta) / d\theta$ — угловые функции, $\mu = \cos \theta$; $P_l^1(\cos \theta)$ — присоединенные функции Лежандра: $P_l^m(x) = \frac{(1-x^2)^{m/2}}{2^l l!} \frac{d^{m+l}}{dx^{m+l}} (x^2-1)^l$; $\hat{\theta}$ и $\hat{\phi}$ — единичные векторы в направлениях, определяемых полярным θ и азимутальным φ углами рассеяния. Коэффициенты разложения d_{lM} и d_{lE} , учитывающие многократное рассеяние волн, связаны с коэффициентами a_{lm} и a_{lE} , определяющими усредненное внутреннее поле (19):

$$d_{lM} = b_{lM} a_{lM}, \quad d_{lE} = b_{lE} a_{lE}, \quad (23)$$

где

$$b_{lM} = \frac{(\psi'_l \tilde{\psi}_l - n \beta \psi_l \tilde{\psi}'_l) l(l+1)}{n \beta i^{l-1} (2l+1)}, \quad b_{lE} = \frac{(n \beta \psi'_l \tilde{\psi}_l - \psi_l \tilde{\psi}'_l) l(l+1)}{n \beta i^{l-1} (2l+1)}. \quad (24)$$

Здесь $\psi_l = x(1 + i\beta_h) j_l(x(1 + i\beta_h))$, $\tilde{\psi}_l = nx(1 + i\beta_p) j_l(nx(1 + i\beta_p))$ — функции Риккати—Бесселя, j_l — сферическая функция Бесселя, индекс l обозначает порядок функций, $n = n_p/n_h$, $\beta_p = \kappa_p/n_p$, $\beta_h = \kappa_h/n_h$, $\beta = (1 + i\beta_p)/(1 + i\beta_h)$.

При $\hat{\mathbf{r}} = \pm \hat{\mathbf{z}}$ выражения (20)—(22) упрощаются:

$$\mathbf{f}(\pm \hat{\mathbf{z}}) = E_0 [f_x(\pm \hat{\mathbf{z}}) \hat{\mathbf{x}} + f_y(\pm \hat{\mathbf{z}}) \hat{\mathbf{y}}] = E_0 \frac{i}{2} \sum_{l=1}^{\infty} (\pm 1)^l (2l+1) (\hat{\mathbf{x}} \varepsilon_x + \hat{\mathbf{y}} \varepsilon_y) (d_{lM} \pm d_{lE}). \quad (25)$$

Здесь f_x и f_y — компоненты векторной амплитудной функции рассеяния, описывающие компоненты рассеянного излучения, поляризованного вдоль осей x и y .

Выделим слой среды толщиной L , содержащий монослой частиц (рис. 1). Определим коэффициенты когерентного пропускания T_c и отражения R_c этого слоя как отношение соответствующих интенсивностей $I_0(\hat{\mathbf{r}}_{l,r}) e^{-2k_0 \kappa_h L/2}$ излучения, исходящего от его верхней и нижней границ, к интенсивности $|E_i(z = -L/2)|^2$ поля, падающего на нижнюю границу этого слоя. Выражение для $E_i(z = -L/2)$ имеет вид:

$$E_i(z = -L/2) = E_0 e^{-ik_h L/2}. \quad (26)$$

В результате получаем:

$$T_c(q) = T_{c,0} e^{-4xq\beta_h}, \quad R_c(q) = R_{c,0} e^{-4xq\beta_h}, \quad (27)$$

$$T_{c,0} = \left| 1 - \frac{\eta}{x^2 (1 + i\beta_h)^2} \sum_{l=1}^{\infty} (2l+1) (d_{lM} + d_{lE}) \right|^2, \quad (28)$$

$$R_{c,0} = \left(\frac{\eta}{x^2 (1 + i\beta_h)^2} \right)^2 \left| \sum_{l=1}^{\infty} (-1)^l (2l+1) (d_{lM} - d_{lE}) \right|^2, \quad (29)$$

$q = L/D$.

Доля излучения, рассеянного в направлении $\hat{\mathbf{r}}$ (дифференциальный коэффициент некогерентного рассеяния) определяется как отношение потока излучения $dJ_{inc}(\hat{\mathbf{r}})$ от частиц, находящихся на площади монослоя S , “видимой” приемником (17), к потоку излучения $|\mathbf{E}_i|^2 S$, падающему на эту площадь:

$$d\sigma(\hat{\mathbf{r}}) = \frac{I_{inc,0}(\mathbf{r}) r^2 d\Omega}{|\mathbf{E}_i|^2 S} e^{-2k_0 \kappa_h L/(2|\mu|)} = I_{inc,0}^{rd}(\hat{\mathbf{r}}) e^{-2xq\beta_h(1+1/|\mu|)} d\Omega. \quad (30)$$

Здесь

$$I_{inc,0}^{rd}(\theta, \varphi) = \frac{\eta S_2(\sin \theta)}{\pi x^2 (1 + \beta_h^2)} \left\{ \left| \sum_{l=1}^{\infty} \frac{(2l+1)}{l(l+1)} \left[(\varepsilon_x \cos \varphi + \varepsilon_y \sin \varphi) (\pi_l^{(1)}(\mu) d_{lM} + \tau_l^{(1)}(\mu) d_{lE}) \right] \right|^2 + \left| \sum_{l=1}^{\infty} \frac{(2l+1)}{l(l+1)} \left[(\varepsilon_y \cos \varphi - \varepsilon_x \sin \varphi) (\tau_l^{(1)}(\mu) d_{lM} + \pi_l^{(1)}(\mu) d_{lE}) \right] \right|^2 \right\}. \quad (31)$$

В отличие от когерентной составляющей рассеянного поля, существующей в направлениях волновых векторов падающей и зеркально отраженной волн, интенсивность некогерентной составляющей в общем случае отлична от нуля в любом направлении рассеяния. При $\hat{\mathbf{r}} = \pm \hat{\mathbf{z}}$ выражение (31)

упрощается:

$$I_{inc,0}^{rd}(\pm \hat{\mathbf{z}}) = \frac{\eta S_2(0)}{4\pi x^2(1+\beta_h^2)} \left| \sum_{l=1}^{\infty} (\pm 1)^l (2l+1) (d_{lM} \pm d_{lE}) \right|^2. \quad (32)$$

Коэффициент некогерентного рассеяния F_{inc} монослоя определяется как интеграл выражения (30) по всем направлениям рассеяния:

$$F_{inc} = \int d\sigma(\hat{\mathbf{r}}) = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} I_{inc,0}^{rd}(\theta, \varphi) e^{-2xq\beta_h[1+1/|\cos\theta|]} \sin\theta d\theta. \quad (33)$$

Коэффициент поглощения $A(q)$ выделенного слоя толщиной L находится из закона сохранения энергии:

$$A(q) = 1 - (T_c(q) + R_c(q) + F_{inc}(q)). \quad (34)$$

Возможная неточность расчета коэффициентов $T_c(q)$, $R_c(q)$, $F_{inc}(q)$ и $A(q)$ зависит от толщины выделенного слоя. Учитывая результаты по распределению ближнего поля в окрестности отдельных наночастиц (Ag, Au, Al) в поглощающих матрицах [28, 38], полагаем, что полученные выражения могут быть использованы для расчета этих коэффициентов с хорошей точностью, когда толщина слоя и размер частиц удовлетворяют выражению $L/2 \gtrsim (0.5-2)D$.

Коэффициенты d_{lM} и d_{lE} определяются из (6). Для этого используются разложения поля падающей волны (18) и усредненного внутреннего поля (19). Функции Грина, входящие в (6), тоже раскладываются по ВСВФ [47, 48], определенным в точке \mathbf{r}' внутри частицы, центр которой находится в начале координат, и в точках $\mathbf{R} + \mathbf{r}''$ внутри частиц, чьи центры находятся в точках \mathbf{R} . Последние выражаются с использованием теоремы сложения [50] также в виде рядов ВСВФ, но с одним значением $\mathbf{R} = 0$. Последовательное интегрирование получаемых выражений, учитывающее ортогональность ВСВФ, приводит к системам алгебраических уравнений для коэффициентов d_{lM} и d_{lE} :

$$\begin{cases} d_{lM} = c_{lM} \left[1 + 8\eta \sum_{l'} [A_{ll'} \cdot d_{l'M} + B_{ll'} \cdot d_{l'E}] \right], \\ d_{lE} = c_{lE} \left[1 + 8\eta \sum_{l'} [B_{ll'} \cdot d_{l'M} + A_{ll'} \cdot d_{l'E}] \right], \end{cases} \quad (35)$$

где коэффициенты $A_{ll'}$ и $B_{ll'}$ определяются из выражений:

$$A_{ll'} = \frac{2l'+1}{2} [l(l+1)l'(l'+1)]^{-1/2} \sum_{p=0,2,\dots} (-1)^{p/2} (2p+1) [l(l+1) + l'(l'+1) - p(p+1)] P_p(0) \times \\ \times \begin{pmatrix} l & l' & p \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l & l' & p \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} H_p, \quad (36)$$

$$B_{ll'} = \frac{2l'+1}{2} [l(l+1)l'(l'+1)]^{-1/2} \sum_{p=0,2,\dots} (-1)^{p/2} (2p+1) [(p+l-l')(p-l+l')(l+l'+1+p)(l+l'+1-p)]^{1/2} P_p(0) \times \\ \times \begin{pmatrix} l & l' & p-1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l & l' & p \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} H_p, \quad (37)$$

$$H_p = \int_1^{\infty} g(u) h_p^{(1)}(2x(1+i\beta_h)u) u du. \quad (38)$$

Коэффициенты c_{lE} и c_{lM} для поля, рассеянного изолированной частицей в поглощающей среде:

$$c_{lE} = \frac{n\beta \tilde{\psi}_l \psi'_l - \psi_l \tilde{\psi}'_l}{n\beta \tilde{\psi}_l \chi'_l - \chi_l \tilde{\psi}'_l}, \quad c_{lM} = \frac{\tilde{\psi}_l \psi'_l - n\beta \psi_l \tilde{\psi}'_l}{\tilde{\psi}_l \chi'_l - n\beta \chi_l \tilde{\psi}'_l}, \quad (39)$$

где $\chi_l = x(1+i\beta_h)h_l^{(1)}(x(1+i\beta_h))$ — функция Риккати-Бесселя; $h_l^{(1)}$ — функция Ханкеля первого рода, индекс l обозначает порядок функций.

Результаты расчетов и их обсуждение. Обсудим результаты расчетов, полученных в рамках разработанного метода, для выделенного слоя поглощающей среды с толщиной $L = D$, содержащего монослой сферических частиц. Влияние границ слоя и его подложки не учитываем, рассматриваем только собственный оптический отклик системы “монослой сферических частиц в поглощающей среде”. Определяем оптические свойства частично упорядоченных монослоев, т. е. с ближним порядком в распределении частиц. РФР, моделирующие такие монослои, рассчитывались итерационным методом [46] в приближении Перкуса—Йевики [51]. Это приближение обеспечивает хорошую точ-

ность расчета РФР в широком диапазоне факторов заполнения монослоя и может быть использовано для монослоев с η до ~ 0.65 .

На рис. 2 показаны спектральные зависимости оптических характеристик (коэффициентов T_c , R_c , F_{inc} и A), рассчитанных в рамках разработанного метода, для частично упорядоченного монослоя наночастиц серебра в поглощающей матрице фталоцианина меди (CuPc). Видно, что с ростом η плазмонные резонансы в спектрах этих коэффициентов, возникающие в области $\sim 0.45 \leq \lambda \leq 0.52$ мкм, смещаются в длинноволновую область, т. е. имеет место красное смещение полосы резонанса. Для коэффициентов T_c и R_c наблюдается монотонная зависимость минимума и максимума резонанса от η . Результаты для когерентного пропускания, рассчитанные с учетом многократного рассеяния, имеют качественное согласие с экспериментальными данными [52] по красному смещению резонанса с ростом фактора заполнения монослоя для системы полидисперсных наночастиц золота в светопоглощающей фуллереновой (C_{60}) матрице. Для коэффициентов F_{inc} и A имеют место немонотонные зависимости. При этом для $F_{inc}(\eta)$ и $A(\eta)$ максимумы достигаются при $\eta = 0.1$ и $\eta = 0.3$.

Результаты расчетов коэффициента поглощения в интерференционном приближении (ИП) представлены на рис. 2, z для факторов заполнения $\eta = 0.01, 0.1, 0.2, 0.3$. Это приближение учитывает только интерференцию однократно рассеянных волн в дальней зоне монослоя. При расчете в ИП полагаются равными нулю. На вставке рис. 2, z показаны зависимости длины волны λ_{max} максимума резонанса поглощения от фактора заполнения монослоя, рассчитанные с учетом (ККП) и без учета (ИП) многократного рассеяния волн. Сравнение результатов расчетов показывает, что многократное суммирование в системах уравнений (35) и (36), которые определяют вклад многократного рассеяния волн,

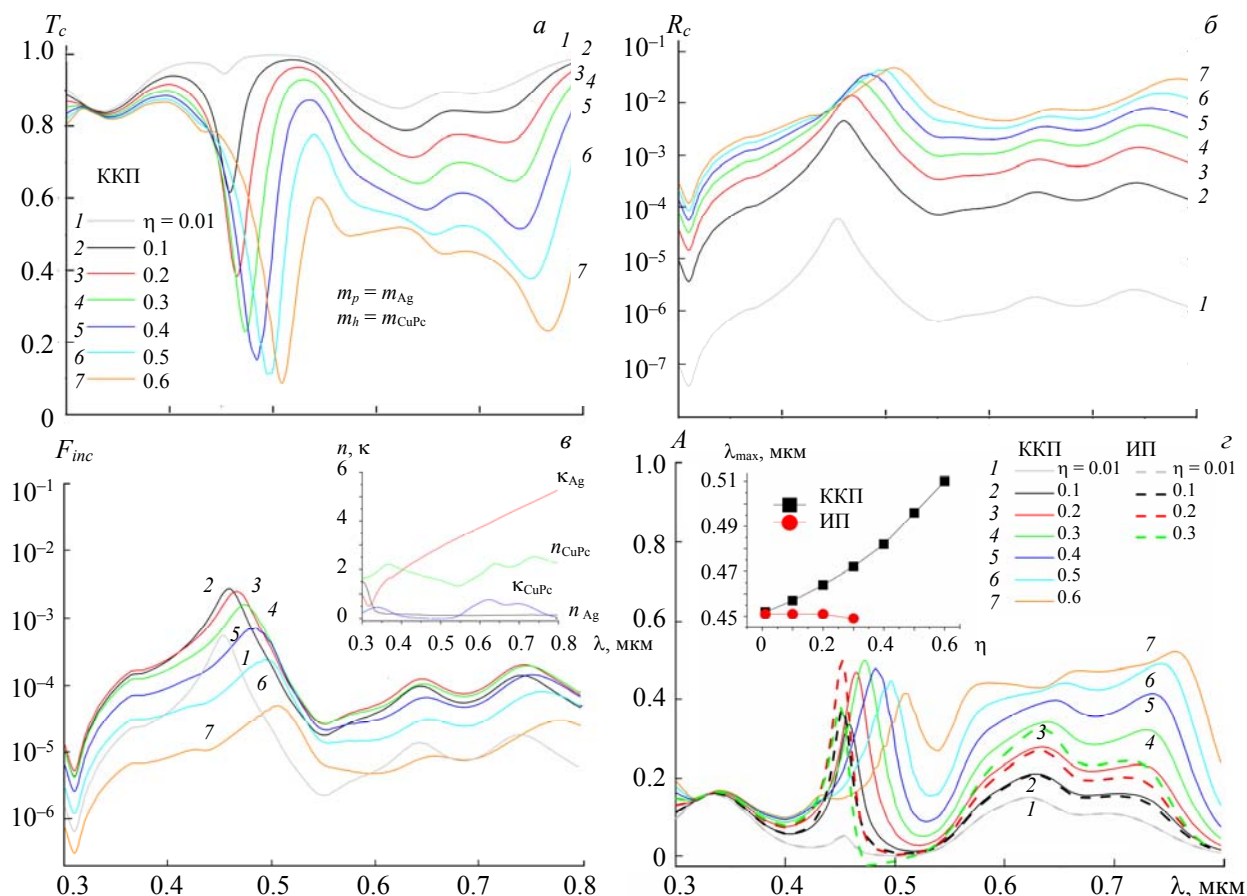


Рис. 2. Спектральные зависимости коэффициентов T_c (а), R_c (б), F_{inc} (в) и A (з) частично упорядоченного монослоя наночастиц Ag диаметрами $D = 10$ нм в матрице CuPc, рассчитанные в ККП (сплошные линии); з — зависимости $A(\lambda)$, рассчитанные в ИП (штриховые линии); в (вставка) — зависимости показателя преломления Ag [53] и CuPc [27]; з (вставка) — зависимости длин волны максимума резонанса поглощения λ_{max} от фактора заполнения монослоя, рассчитанные в ККП и ИП

рассеяние оказывает сильное влияние на оптические свойства системы. Рассчитанная в ККП зависимость длины волны λ_{\max} от фактора заполнения монослоя более чувствительна к изменению η в области больших значений ($\eta = 0.3—0.6$) по сравнению с малыми и средними ($\eta = 0.01—0.3$). Спектральное положение максимума резонанса, рассчитанное в ИП, практически не зависит от фактора заполнения, а зависимость $A(\lambda)$ принимает физически некорректные значения ($A < 0$ или $A > 1$) в области резонанса для средних и больших η (см. штриховую линию в диапазоне $\sim 0.47 \leq \lambda \leq \sim 0.52$ мкм для $\eta = 0.3$ на рис. 2, з). По этой причине не приводим результаты расчетов в ИП для больших η .

На рис. 3 проиллюстрировано влияние диаметра наночастиц на поведение резонанса поглощения композитной системы. На рис. 3 (а–в) показаны спектральные зависимости коэффициента A частично упорядоченного монослоя наночастиц Au с диаметрами $D = 6, 20$ и 30 нм в светопоглощающей фуллереновой (C_{60}) матрице, рассчитанные в ККП при разных факторах заполнения. Зависимости $\lambda_{\max}(\eta)$ представлены на рис. 3, з. Отметим, что в области $\lambda \gtrsim 0.5$ мкм, где мнимая часть показателя преломления C_{60} уменьшается, влияние многократного рассеяния возрастает. Результаты расчетов показывают, что с ростом диаметра частиц зависимость $\lambda_{\max}(\eta)$ становится менее чувствительной к изменениям η . При $\lambda = \sim 0.56—0.57$ мкм для всех рассматриваемых диаметров частиц в спектрах имеется излом, из которого с увеличением концентрации частиц и/или диаметра рождается дополнительный максимум. С ростом диаметра частиц основной максимум уменьшается, размывается и исчезает при больших D и η , система выходит из условий формирования плазмонного резонанса наночастицы. Трансформация резонансной кривой с ростом диаметра частиц обусловлена увеличением роли в оптическом отклике системы взаимодействия мультиполей более высоких порядков между большими частицами по сравнению с меньшими.

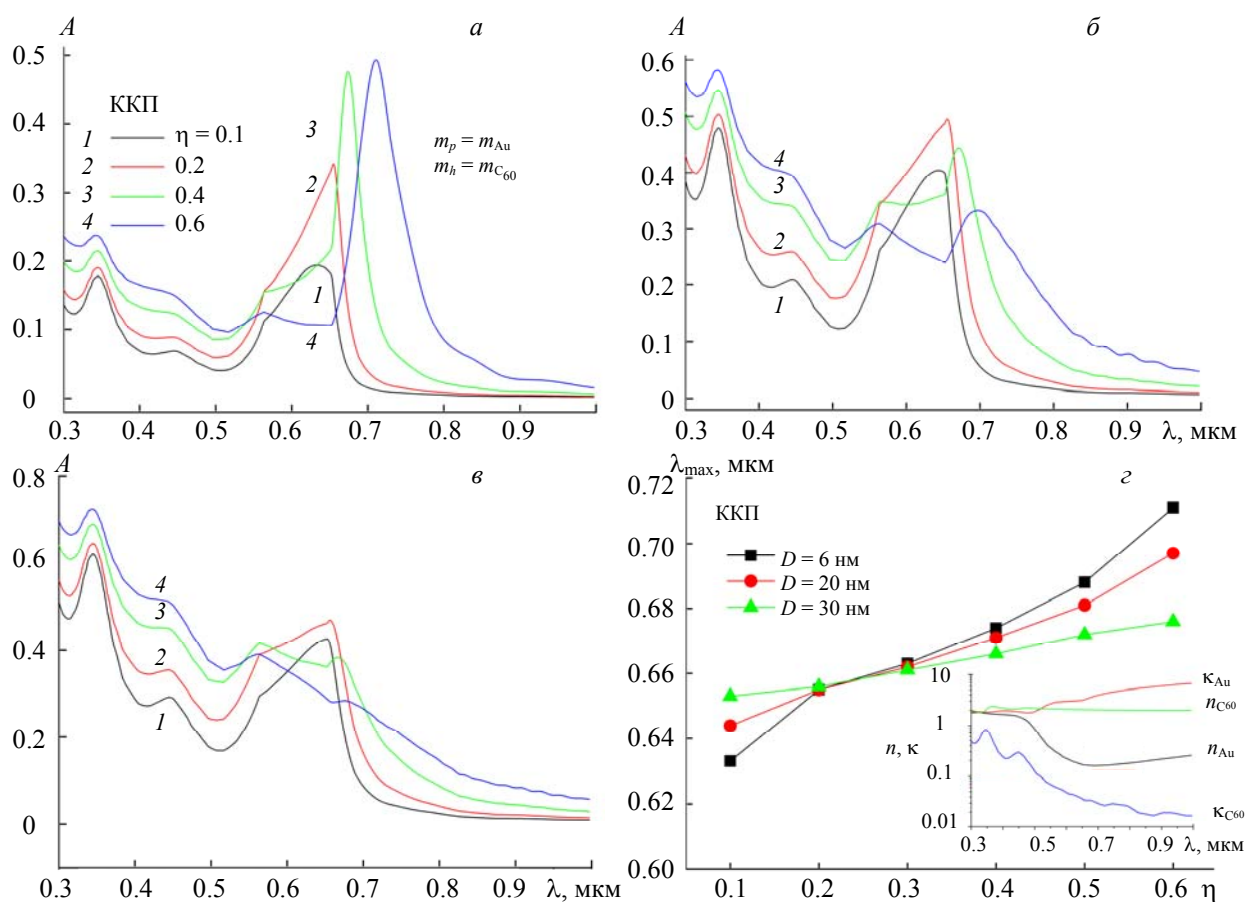


Рис. 3. Спектральные зависимости коэффициентов A частично упорядоченного монослоя наночастиц Au с диаметром $D = 6$ (а), 20 (б) и 30 нм (в) в фуллереновой (C_{60}) матрице, рассчитанные в ККП при разных η ; з — зависимости длин волн λ_{\max} максимума резонанса поглощения от η ; на вставке — спектральные зависимости показателей преломления Au [53] и C_{60} [54]

Закключение. Разработан метод описания оптических свойств освещаемого по нормали монослоя однородных сферических частиц (поглощающих или непоглощающих) в однородной светопоглощающей среде. Он основан на квазикристаллическом приближении, приближении среднего поля и разложении электромагнитных полей и тензорной функции Грина по векторным сферическим волновым функциям. Такие разложения позволяют применять метод для исследования монослоев в широком интервале значений факторов заполнения и с практически любыми параметрами дифракции частиц. Ограничения могут быть обусловлены численной реализацией алгоритмов расчета. Точность результатов зависит от числа учитываемых коэффициентов разложения. Для больших параметров дифракции частиц должно быть учтено большее число этих коэффициентов.

Проведено качественное сравнение результатов, полученных в рамках разработанного метода, с известными экспериментальными данными о поведении полосы плазмонного резонанса для систем, состоящих из монослоев наночастиц благородных металлов в поглощающих матрицах. Показано, что для описания экспериментально наблюдаемого при увеличении коэффициента заполнения монослоя красного смещения полосы необходимо учитывать многократное рассеяние волн. Зависимость длины волны λ_{max} максимума резонансной полосы поглощения от фактора заполнения η более чувствительна к его изменению в области больших значений ($\eta = 0.3\text{—}0.6$) по сравнению с областью малых и средних ($\eta = 0.01\text{—}0.3$), что отражает возрастающий вклад многократного рассеяния в оптический отклик системы с увеличением концентрации плазмонных частиц. С ростом диаметра наночастиц зависимость $\lambda_{\text{max}}(\eta)$ становится менее чувствительной к изменениям η . Полученные результаты могут быть использованы для разработки тонкопленочных оптических элементов, электрооптических устройств, химических фотореакторов и других устройств на основе монослоев частиц в поглощающих средах.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований (проект № Ф23КИ-020).

- [1] **B. Daneshfard, B. Dalfardi, G. S. M. Nezhad.** *J. Med. Biography*, **24**, N 2 (2016) 227—231
- [2] **Б. И. Степанов.** Введение в современную оптику. Фотометрия. О возможном и невозможном в оптике, Минск, Навука і тэхніка (1989)
- [3] **Б. И. Степанов.** Введение в современную оптику. Квантовая теория взаимодействия света и вещества, Минск, Навука і тэхніка (1990)
- [4] **Б. И. Степанов.** Введение в современную оптику. Поглощение и испускание света квантовыми системами, Минск, Навука і тэхніка (1991)
- [5] **О. П. Гирин, Б. И. Степанов.** *ЖЭТФ*, **27** (1954) 467—478
- [6] **K. M. Hong.** *J. Opt. Soc. Am.*, **70** (1980) 821—826
- [7] **A. Modinos.** *Physica*, **141A** (1987) 575—588
- [8] **C. Soci, G. Adamo, D. Cortecchia, K. Wang.** *Opt. Mater.*, **X**, N 17 (2023) 100214, <https://doi.org/10.1016/j.omx.2022.100214>
- [9] **L. Novotny, B. Hecht.** *Principles of Nano-Optics*, Cambridge University Press (2012)
- [10] **M. Quinten.** *Optical Properties of Nanoparticle Systems: Mie and Beyond*, Wiley (2010)
- [11] **A. García-Valenzuela, E. Gutiérrez-Reyes, R. G. Barrera.** *J. Opt. Soc. Am. A*, **29** (2012) 1161—1179
- [12] **A. I. Kuznetsov, A. E. Miroshnichenko, M. L. Brongersma, Y. S. Kivshar, B. Luk'yanchuk.** *Science*, **354** (2016) 2472(1—8)
- [13] **V. G. Kravets, A. V. Kabashin, W. L. Barnes, A. N. Grigorenko.** *Chem Rev.*, **118**, 5912—5951 (2018)
- [14] **A. A. Mishevich, V. A. Loiko.** *J. Exp. Theor. Phys.*, **113** (2011) 1—13
- [15] **V. A. Loiko, A. A. Mishevich.** *Opt. Spectr.*, **115** (2013) 274—282
- [16] **A. A. Mishevich, V. A. Loiko.** *J. Quant. Spectr. Rad. Transf.*, **151** (2015) 260—268
- [17] **N. A. Loiko, A. A. Mishevich, V. A. Loiko.** *J. Opt. Soc. Am. A*, **35** (2018) 108—118
- [18] **N. A. Loiko, A. A. Mishevich, V. A. Loiko.** *J. Exp. Theor. Phys.*, **126** (2018) 159—173
- [19] **N. A. Loiko, A. A. Mishevich, V. A. Loiko.** *Opt. Spectr.*, **125** (2018) 655—666
- [20] **V. A. Loiko, A. A. Mishevich.** In: *Multiple Light Scattering, Radiative Transfer and Remote*, Ed. A. A. Kokhanovsky, **1**, ch. 2, Sensing Springer Series in Light Scattering, Springer (2018) 101—230
- [21] **N. A. Loiko, A. A. Mishevich, V. A. Loiko.** *J. Exp. Theor. Phys.*, **131** (2020) 227—243
- [22] **N. A. Loiko, A. A. Mishevich, V. A. Loiko.** *J. Opt. Soc. Am. B*, **38** (2021) C22—C32
- [23] **N. A. Loiko, A. A. Mishevich, V. A. Loiko.** *J. Quant. Spectr. Rad. Transf.*, **266** (2021) 107571(1—20)
- [24] **N. A. Loiko, A. A. Mishevich, V. A. Loiko.** *J. Quant. Spectr. Rad. Transf.*, **289** (2022) 108291(1—9)

-
- [25] **N. A. Loiko, A. A. Miskevich, V. A. Loiko.** *J. Opt. Soc. Am. A*, **39** (2022) C36—C44
- [26] **M. Lax.** *Phys. Rev.*, **85** (1952) 621—629
- [27] **B. P. Rand, P. Peumans, S. R. Forrest.** *J. Appl. Phys.*, **96** (2004) 7519
- [28] **J.-Y. Lee, P. Peumans.** *Opt. Exp.*, **18** (2010) 10078—10087
- [29] **K. Vynck, M. Burrelli, F. Riboli, D. S. Wiersma.** *Nat. Mater.*, **11** (2012) 1017—1022
- [30] **F. L.-P. Sergio, G. Rodrigo, L. Martín-Moreno.** *Proc. IEEE*, **104** (2016) 2288—2306
- [31] **M. Olaimat, L. Yousefi, O. Ramahi.** *J. Opt. Soc. Am. B*, **38** (2021) 638—651
- [32] **W. Yang, S. Feng, X. Zhang, Y. Wang, C. Li, L. Zhang, J. Zhao, G. Gurzadyan, S. Tao.** *ACS Appl. Mater. Interfaces*, **13** (2021) 38722—38731
- [33] **W. C. Mundy, J. A. Roux, A. M. Smith.** *J. Opt. Soc. Am.*, **64** (1974) 1593—1597
- [34] **C. F. Bohren, D. P. Gilra.** *J. Colloid Interface Sci.*, **72** (1979) 215—221
- [35] **I. W. Sudiarta, P. Chylek.** *J. Quant. Spectr. Rad. Transf.*, **70** (2001) 709—714
- [36] **G. Videen, W. Sun.** *Appl. Opt.*, **42** (2003) 6724—6727
- [37] **J. Yin, L. Pilon.** *J. Opt. Soc. Am. A*, **23** (2006) 2784—2796
- [38] **Q. Fu, W. Sun.** *J. Quant. Spectr. Rad. Transf.*, **100** (2006) 137—142
- [39] **Р. А. Дынич, А. Н. Понявина, В. В. Филиппов.** *Журн. прикл. спектр.*, **76**, № 5 (2009) 746—751
- [40] **R. A. Dynich, A. N. Pomyavina, V. V. Filippov.** *J. Appl. Spectr.*, **76** (2009) 704—710]
- [41] **M. I. Mishchenko, G. Videen, P. Yang.** *Opt. Lett.*, **42** (2017) 4873—4876
- [42] **M. I. Mishchenko, J. M. Dlugach.** *J. Quant. Spectr. Rad. Transf.*, **211** (2018) 179—187
- [43] **L. X. Ma, B. W. Xie, C. C. Wang, L. H. Liu.** *J. Quant. Spectr. Rad. Transf.*, **230** (2019) 24—35
- [44] **J. Dong, W. Zhang, L. Liu.** *Opt. Exp.*, **29** (2021) 7690—7705
- [45] **N. G. Khlebtsov.** *J. Quant. Spectr. Rad. Transf.*, **280** (2022) 108069
- [46] **J. Ziman.** *Models of Disorder*, Cambridge University (1979)
- [47] **А. П. Иванов, В. А. Лойко, В. П. Дик.** *Распространение света в плотноупакованных дисперсных средах*, Минск, Наука и техника (1988)
- [48] **Р. М. Morse, Н. Feshbach.** *Methods of Theoretical Physics*, New York, McGraw-Hill Book (1953)
- [49] **V. A. Babenko, L. G. Astafyeva, V. N. Kuzmin.** *Electromagnetic Scattering in Disperse Media: Inhomogeneous and Anisotropic Particles*, Berlin, Springer (2003)
- [50] **Ch.-T. Tai.** *Dyadic Green Functions in Electromagnetic Theory*, New York, IEEE Press (1993)
- [51] **O. R. Cruzan.** *Q. Appl. Math.*, **20** (1962) 33—40
- [52] **J. K. Percus, G. J. Yevick.** *Phys. Rev.*, **110** (1958) 1—13
- [53] **R. A. Dynich, A. D. Zamkovets, A. N. Pomyavina, E. M. Shpilevsky.** *Proc. NAS of Belarus. Phys. Math. Ser.*, **55** (2019) 232—241
- [54] **E. D. Palik.** *Handbook of Optical Constants of Solids*, **1**, Academic (1985)
- [55] **V. Sittinger, P. S. C. Schulze, Ch. Messmer, A. Pflug, J. Ch. Goldschmidt.** *Opt. Exp.*, **30** (2022) 37957—37970