

СПЕКТРЫ ПРОПУСКАНИЯ РАЗБАВЛЕННЫХ И КОНЦЕНТРИРОВАННЫХ КОЛЛОИДОВ МАГНЕТИТА В ЖИДКИХ ДИЭЛЕКТРИКАХ

К. В. Ерин*, В. И. Вивчарь

УДК 535.36;549.731.13

Северо-Кавказский федеральный университет,
Ставрополь, Россия; e-mail: exiton@inbox.ru

(Поступила 22 июня 2023)

Исследованы спектры пропускания коллоидных растворов наночастиц магнетита в керосине с различной объемной концентрацией твердой фазы и влияние на них внешнего магнитного поля. Обнаружено, что с увеличением концентрации магнетита в спектрах появляется выраженный максимум в ближней ИК-области 740–760 нм. Установлены пределы концентрации магнетита, при которых спектры пропускания успешно описываются на основе закона Бугера—Ламберта. Показано, что появление максимума в спектрах пропускания при повышении концентрации связано с минимумом в спектре мнимой части показателя преломления наноразмерного магнетита.

Ключевые слова: магнитная жидкость, наночастица магнетита, спектр пропускания, рассеяние света, модель эффективной среды.

The transmission spectra of colloidal solutions of magnetite nanoparticles in kerosene with different volume concentrations of the solid phase and the influence of an external magnetic field on them have been studied. It has been found that with increasing the magnetite concentration, a pronounced maximum in the near-infrared region of 740–760 nm appears in the spectra. The limits of magnetite concentration have been established at which the transmission spectra are successfully described based on the Bouguer–Lambert law. It is shown that the appearance of a maximum in the transmission spectra with increasing concentration is associated with a minimum in the spectrum of the imaginary part of the refractive index of nanosized magnetite.

Keywords: magnetic fluid, magnetite nanoparticle, transmission spectra, light scattering, effective medium model.

Введение. Магнитные жидкости, или феррожидкости, — устойчивые коллоидные системы с ферромагнитными наночастицами (НЧ), взвешенными в различных жидкостях. Высокая седиментационная устойчивость таких систем обеспечивается благодаря малому размеру дисперсной фазы, агрегативная устойчивость обеспечивается созданием на поверхности частиц структурно-механического барьера из молекул поверхностно-активных веществ [1]. Магнитные жидкости имеют ряд важных практических применений [2], а также являются интересной системой с точки зрения фундаментальных исследований, так как в них наблюдаются разнообразные эффекты, связанные с особенностями взаимодействия магнитных НЧ с электрическим, магнитным или гидродинамическим полями и возникновением упорядоченных структур. В магнитных жидкостях обнаружен ряд оптических эффектов: двойное лучепреломление [3, 4], дихроизм [5], вращение Фарадея [6], изменение интенсивности рассеянного и отраженного света [7]. Под действием внешнего поля в некоторых магнитных жидкостях происходит обратимое нарушение агрегативной устойчивости с образованием различных структур (цепочек частиц, микрокапель и т. п.), приводящее к возникновению выраженной дифракции света [8]. На основе оптических эффектов предложены новые практические применения магнитных коллоидов в оптических переключателях и фильтрах [9, 10], сенсорах для определения органических и неорганических соединений в жидкостях [11, 12], датчиках магнитного поля [13], управляемых дифракционных решетках [14, 15], биосенсорах медицинского назначения [16, 17].

TRANSMISSION SPECTRA OF DILUTED AND CONCENTRATED MAGNETITE COLLOIDS IN LIQUID DIELECTRICS

K. V. Yerin*, V. I. Vivchar (North Caucasus Federal University, Stavropol, Russia; e-mail: exiton@inbox.ru)

Один из первых эффектов, обнаруженных в магнитных жидкостях, — изменение прозрачности под действием магнитного поля [18, 19]. Этот эффект предложено применять для обнаружения больших и малых агрегатов коллоидных частиц [20], исследования структур в магнитных жидкостях [5, 21], а также для изучения процессов релаксации [22]. В большинстве работ изменение прозрачности изучалось в зависимости от величины поля при фиксированной длине волны света. Спектральные особенности прозрачности исследовались в единичных работах (см., например, [23, 24]).

В последнее время появились новые направления применения оптических эффектов в магнитных жидкостях: создание нового поколения высокочувствительных сенсоров для измерения магнитного поля с использованием особым образом полированного оптического волокна, покрытого магнитной жидкостью [25, 26]; разработка управляемых оптических фильтров и дифракционных элементов на основе магнитных эмульсий и композитов [27, 28], а также оптических методов контроля деформации магнитоактивных эластомеров [29]. Для этих применений ключевыми параметрами являются зависимости светопропускания магнитных жидкостей от длины волны света, внешнего поля, концентрации и оптических параметров магнитных НЧ. Отдельную проблему представляет влияние возмущающих в магнитных жидкостях агрегатов НЧ на светопропускание и эффективный показатель преломления.

В работах [30, 31] проведены эллипсометрические исследования магнитных жидкостей, определены спектральные зависимости действительной и мнимой частей эффективного комплексного показателя преломления для магнитных жидкостей различных концентраций. В [32] предложен эффективный метод определения показателя преломления НЧ магнетита из спектральной зависимости эффектов двойного лучепреломления и дихроизма. Представляет интерес использование этих результатов для интерпретации особенностей спектров пропускания магнитных жидкостей с различной концентрацией НЧ. Эксперименты показывают, что в спектрах пропускания магнитных жидкостей низких, средних и сравнительно высоких концентраций имеются различия. Одной из особенностей спектров магнитных жидкостей с концентрацией твердой фазы >0.1 об.% [30, 33] является наличие максимума прозрачности в области 730—750 нм, который становится более выраженным с ростом концентрации образца. При объемной концентрации НЧ >0.5 —1 об.% коллоиды уже нельзя считать разбавленными, интерпретация оптических свойств таких систем должна учитывать эффекты многократного рассеяния света и особенности распространения света в плотных средах.

В настоящей работе исследованы спектры пропускания магнитных жидкостей с различными концентрациями дисперсной фазы и определены подходы к их интерпретации для разбавленных и концентрированных магнитных коллоидов.

Эксперимент. Для изучения спектров пропускания в магнитных жидкостях использована установка на базе спектрального эллипсометрического комплекса “Эллипс-1891”, которая позволяет измерять прозрачность и эллипсометрические параметры прошедшего света в диапазоне 350—1050 нм. Проведены измерения восьми образцов магнитной жидкости с концентрациями 0.01—15 об.%. Исходной для всех образцов служила магнитная жидкость с концентрацией ~ 5 об.% (“НИПИГазпереработка”, Краснодар, Россия), из которой путем разбавления или выпаривания растворителя получены все остальные образцы. Исходная жидкость получена методом химической преципитации, в качестве стабилизатора использована олеиновая кислота. Начальная магнитная восприимчивость исходного образца $\chi = 1.05$, намагниченность насыщения $M_S = 22.1$ кА/м. Средний гидродинамический радиус частиц магнетита, измеренный методом динамического рассеяния света на спектрометре динамического рассеяния света Photocor Complex, составил 6.7 нм. Для создания магнитного поля использован электромагнит, установленный на столике для образца в эллипсометре. Исследованы спектральные зависимости следующих оптических параметров образцов в неполяризованном свете: прозрачности (отношения интенсивностей падающего и прошедшего света $T = I/I_0$), оптической плотности (D), изменения оптической плотности под действием поля $\delta D = (D_H - D_0)/D_0$. Для исследования образцы помещались в стандартные прямоугольные стеклянные кюветы толщиной 1—5 мм, для наиболее концентрированных образцов с высокой оптической плотностью использовались тонкие кюветы толщиной 0.04 мм.

Спектры пропускания образцов магнитной жидкости с различными концентрациями твердой фазы (рис. 1, а) имеют характерную особенность — максимум пропускания в области 730—750 нм, который становится более выраженным по мере роста концентрации частиц. На рис. 1, б показаны расчетные спектры пропускания для двух образцов разбавленного и концентрированного магнитных коллоидов в сравнении с экспериментальными данными. Необходимые для расчетов значения дейст-

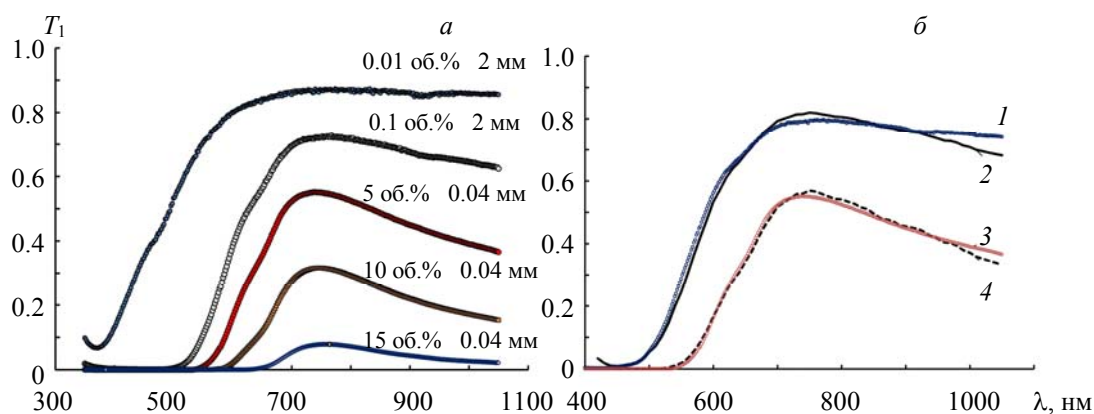


Рис. 1. Спектры пропускания магнитных коллоидов: *a* — эксперимент для различных концентраций и длин кюветы; *б* — сопоставление расчетов с экспериментом: 1 — концентрация образца 0.05 об.% в кювете длиной 2 мм; 2 — расчет по формулам (1)–(3); 3 — концентрация образца 5 об.% в кювете длиной 0.04 мм; 4 — расчет по формулам (5) и (6))

вительной и мнимой частей показателя преломления магнетита для различных длин волн взяты из [32]. Спектры коллоидов с малыми концентрациями (<0.2–0.5 %) могут быть хорошо описаны на основе уравнения Бугера—Ламберта, при более высоких концентрациях отличный результат дает расчет по теории многократного рассеяния света. Расчетные спектры подтверждают наблюдаемое в экспериментах появление с ростом концентрации коллоида выраженного максимума пропускания в области 740–760 нм.

Эксперименты показали, что под действием магнитного поля светопропускание магнитных коллоидов изменяется незначительно. На рис. 2 показано изменение спектров пропускания для образца с концентрацией 0.1 об.% при воздействии постоянного магнитного поля напряженностью 125 и 250 Э. Воздействие магнитного поля, перпендикулярного лучу света, в целом приводит к уменьшению прозрачности. При этом наибольшее изменение прозрачности под действием поля достигается в области максимума в спектре пропускания магнитной жидкости, т. е. в диапазоне 700–750 нм. Максимальное изменение прозрачности в магнитном поле напряженностью 250 Э для разбавленных магнитных жидкостей с концентрациями <0.5 об.% не превышает 8–10 %. Для образца с концентрацией ≥ 1 об.% изменение прозрачности под действием поля той же напряженности более значительное: ~ 30 %. На рис. 3 представлена зависимость оптической плотности магнитной жидкости от объемной концентрации магнетита.

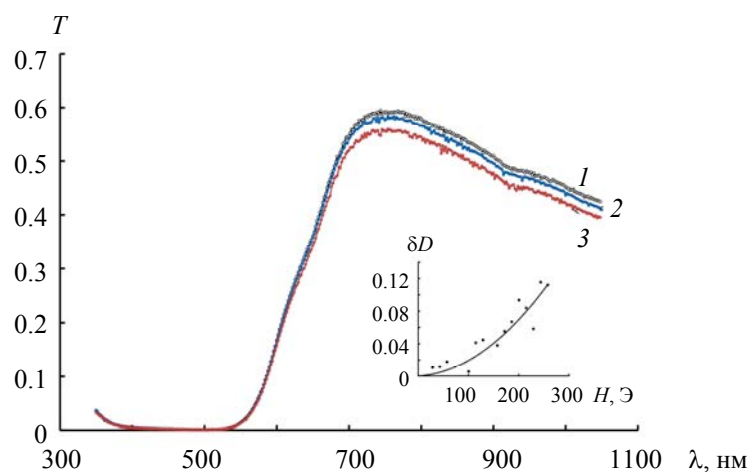


Рис. 2. Спектры пропускания образца с концентрацией 0.1 об.% под действием магнитного поля, перпендикулярного лучу света; $H = 0$ (1), 125 (2) и 250 Э (3); длина кюветы 2 мм; на вставке — полевая зависимость относительного изменения оптической плотности для $\lambda = 750$ нм

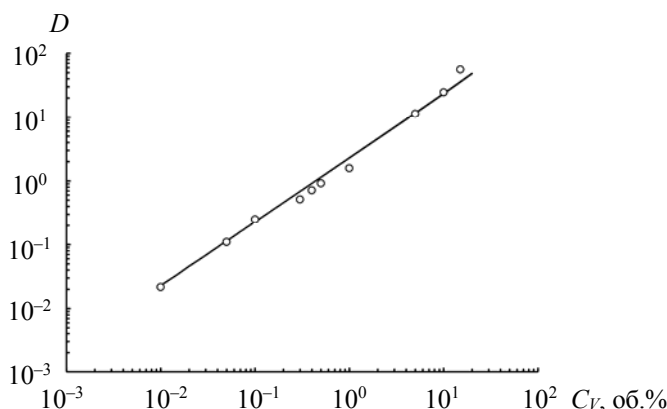


Рис. 3. Зависимость оптической плотности от концентрации магнетита; точки — эксперимент в кювете толщиной 1 мм, кривая — расчет по модели эффективной среды (6)

Результаты и их обсуждение. Интерпретация спектров пропускания коллоидов с небольшой концентрацией частиц традиционно строится на основе закона Бугера—Ламберта:

$$T = \exp(-\sigma n l). \quad (1)$$

Здесь σ — сечение ослабления света отдельной частицей; n — концентрация частиц; l — длина пути света. Оптическая плотность в этом случае пропорциональна концентрации частиц:

$$D = \lg(I_0/I) = 0.43 \sigma n l. \quad (2)$$

Для расчета спектральной зависимости прозрачности по уравнению (1) необходимо выражение для сечения ослабления света отдельной частицей. Для рэлеевских частиц ($x = 2\pi r/\lambda \ll 1$) света можно воспользоваться формулой Борна и Хаффмана [34]:

$$\sigma = \pi r^2 \left\{ 4x \operatorname{Im} \left\{ \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \left[1 + \frac{x^2}{15} \left(\frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right) \frac{m^4 + 27m^2 + 38}{2m^2 + 3} \right] \right\} + \frac{8}{3} x^4 \operatorname{Re} \left\{ \left(\frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right)^2 \right\} \right\}, \quad (3)$$

где $m = n_m/n_0$ — относительный комплексный показатель преломления материала частиц и окружающей среды. Первое слагаемое в (3) описывает поглощение света частицей, второе — рассеяние света. Расчеты по формулам (1) и (3) дают достаточно хорошее качественное и количественное согласие с экспериментальными данными только для магнитных жидкостей с низкой концентрацией частиц до ~ 0.1 — 0.5 %. Изменение спектров пропускания под действием поля в этом случае можно интерпретировать в терминах теории ориентационных оптических эффектов в дисперсных системах [35, 36]. Некоторая несферичность коллоидных частиц магнетита приводит к появлению ориентационной упорядоченности их длинных осей при воздействии внешнего магнитного поля. Следствие этого — различие в сечениях ослабления света для неупорядоченных и ориентированных полем частиц, а также в оптических плотностях для систем таких частиц $\delta D = (D_H - D_0)/D_0$. Изменение оптической плотности в неполяризованном свете в упорядоченных внешним полем коллоидах названо [37] ориентационным турбидиметрическим эффектом. Зависимость этого эффекта от напряженности поля задается выражением:

$$\delta D = \delta D_{\max} \Phi(r, m_0, H, T), \quad (4)$$

где δD_{\max} — величина эффекта в состоянии насыщения; $\Phi(r, m_0, H, T)$ — ориентационная функция, определяемая размером частицы r , ее магнитным моментом m_0 , напряженностью поля H и температурой T . Полное выражение для ориентационной функции для суперпарамагнитных НЧ магнитных коллоидов приведено в [32]. В слабых полях ориентационная функция пропорциональна квадрату напряженности внешнего поля, что дает $\delta D \sim H^2$. Такая зависимость показана на рис. 2. В поляризованном свете можно наблюдать известные эффекты дихроизма и двойного лучепреломления с той же ориентационной природой.

Для описания прозрачности более концентрированных коллоидов с большим числом частиц в единице объема необходимо принимать во внимание многократное рассеяние света. В таких системах корреляция отдельных рассеивателей приводит к необходимости учитывать интерференцию

многократно рассеянных волн. Вторичное излучение света частицами в концентрированной дисперсной системе приводит к отличию эффективного оптического поля в среде от падающего [37]. Описание рассеяния и ослабления света в подобных системах строится на основе статистической теории многократного рассеяния света [38, 39]. В таком подходе прозрачность слоя толщиной l определяется выражением [37, 40]:

$$T = \exp\left(-\frac{4\pi l}{\lambda} k_{\text{eff}}\right). \quad (5)$$

Мнимая часть эффективного комплексного показателя преломления системы связана с эффективной диэлектрической проницаемостью коллоида $k_{\text{eff}} = \text{Im} \sqrt{\epsilon_{\text{eff}}}$.

Используемая в теории многократного рассеяния света эффективная диэлектрическая проницаемость концентрированной дисперсной системы, содержащей малые по сравнению с длиной волны поглощающие частицы радиусом r и объемной концентрацией C_V , взвешенные в жидкости с диэлектрической проницаемостью ϵ_0 , может быть записана в виде [41]:

$$\epsilon_{\text{eff}} = \epsilon_0 + \epsilon_0 \frac{3C_V \alpha}{1 - C_V \alpha} \left\{ 1 + \left[\frac{11i}{10} x^2 \text{Im} \alpha + \frac{2i}{3} x^3 \text{Re} \alpha \right] \frac{1}{1 - C_V \alpha} \right\}, \quad \alpha = \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2}. \quad (6)$$

Отдельным вопросом является определение границ применимости формул (1)–(3) для описания спектров пропускания магнитных коллоидов. Ранее [33] предполагалось, что таким критерием может быть нарушение линейной зависимости между оптической плотностью и объемной концентрацией магнетита. Однако более детальные исследования в широком диапазоне концентраций (рис. 3) показали, что в пределах ошибок эксперимента такая нелинейность не может быть достоверно зарегистрирована. Кроме того, расчет такой зависимости для наших систем по теории многократного рассеяния света демонстрирует весьма слабую нелинейность, практически незаметную до концентраций 15–20 об.% (рис. 3). Вместе с тем расчеты спектров пропускания с использованием закона Бугера–Ламберта при концентрациях >0.5–1 об.% теряют хорошее количественное согласие с экспериментальными данными, хотя качественное согласие в целом сохраняется. Объяснить это можно следующим образом. С ростом концентрации частиц в дисперсной системе быстро уменьшается среднее расстояние между частицами $R \approx \sqrt[3]{3n^{-1}/4\pi}$. Когда это расстояние можно сравнить с диаметром коллоидных частиц $R \approx 2r$, характеристики рассеяния элементарного объема элементарного объема дисперсной системы из-за электродинамического взаимодействия частиц начинают отличаться от параметров разбавленных систем [42]. Для корректного расчета концентрации n необходимо учитывать распределение частиц в коллоиде по размерам:

$$n = \frac{3}{4\pi} C_V \frac{1}{\sum_i \frac{N_i}{N} (r_i - \delta)^3}, \quad (7)$$

где δ — толщина мономолекулярного слоя олеиновой кислоты на поверхности частицы магнетита. Тогда среднее расстояние между частицами в коллоиде:

$$R \approx \sqrt[3]{\frac{\sum_i \frac{N_i}{N} (r_i - \delta)^3}{C_V}}. \quad (8)$$

На рис. 4 показана зависимость среднего расстояния между частицами от объемной концентрации магнетита, а также пределы диаметров частиц в коллоиде (99.9 % НЧ магнетита имеют диаметры 9–41 нм). Можно сделать вывод, что условие $R \approx 2r$ для наиболее крупных частиц выполняется при объемных концентрациях ~0.2–0.4 об.%, а при концентрации 1–5 об.% выполняется уже для значительной доли частиц. Условие $R \approx 2r_{\text{min}}$ соответствует концентрации ~34 об.%, что согласуется с известным экспериментальным фактом: при объемной концентрации ~30–33 об.% магнитные жидкости типа магнетита в керосине при комнатной температуре принимают пастообразную консистенцию, а при 33–35 об.% теряют текучесть, т. е. расстояния между частицами сокращаются до предельных значений, определяемых толщиной их адсорбционных оболочек.

Таким образом, при концентрациях ~0.2–0.5 об.% средние расстояния между частицами становятся сравнимы с их диаметром, что требует использования более строгих теорий для описания спектров прозрачности таких систем. Необходимо отметить еще одну особенность, осложняющую кор-

ректную интерпретацию светопропускания сильно концентрированных магнитных коллоидов: мутность таких систем даже при измерениях в тонких слоях может принимать значения $\tau \gg 1$, что относит их к оптически плотным системам [42], в которых существенное влияние на результат измерения оказывает попадание в фотоприемник света, многократно рассеянного на малые углы.

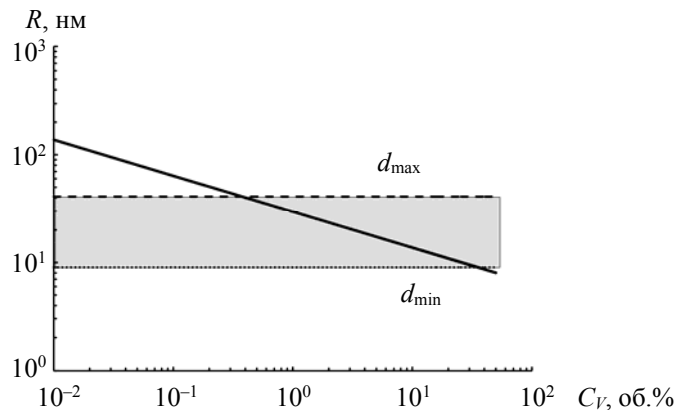


Рис. 4. Зависимость среднего расстояния между частицами от объемной концентрации магнетита в коллоиде; выделен диапазон размеров коллоидных частиц

Заключение. Качественное и количественное описание спектральных особенностей прозрачности магнитных коллоидов различных концентраций может быть построено на основе теории рассеяния света малыми частицами и уравнения Бугера—Ламберта для концентраций ≤ 0.5 об.%, спектры более концентрированных образцов могут быть интерпретированы с использованием теории многократного рассеяния света и когерентного распространения электромагнитного излучения в плотноупакованных средах. Такой подход может быть реализован через нахождение спектральной зависимости мнимой части комплексной диэлектрической проницаемости и комплексного показателя преломления магнитного коллоида. Для получения корректных результатов необходимо использовать спектр показателя преломления наноразмерного магнетита. Расчетные спектры хорошо согласуются с экспериментальными и демонстрируют наличие максимума прозрачности в ближней ИК-области (740—760 нм), а также рост выраженности этого максимума с увеличением концентрации частиц.

Корректное описание спектров пропускания концентрированных магнитных жидкостей в нулевом поле позволяет предложить объяснение особенностей спектров магнитных эмульсий, которые представляют собой микрокапли сравнительно концентрированной магнитной жидкости в немагнитной жидкой среде. Определение эффективной диэлектрической проницаемости дает возможность оценить влияние магнитного поля на действительную и мнимую части показателя преломления и объяснить особенности светопропускания концентрированных магнитных жидкостей, а также установить роль агрегатов в оптических свойствах таких систем.

Работа выполнена при поддержке государственного задания Министерства науки и высшего образования РФ (проект FSRN-2023-0006) с использованием оборудования Центра коллективного пользования Северо-Кавказского федерального университета и при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования РФ (проект RF-2296.61321X0029, соглашение № 075-15-2021-687).

- [1] **Р. Розенцвейг.** Феррогидродинамика, Москва, Мир (1989) 45—86 [**R. E. Rosensweig.** Ferrohydrodynamics, Cambridge University Press, Cambridge (1985)]
- [2] **M. Zahn.** J. Nanopart. Res., **3** (2001) 73—78
- [3] **H. W. Davies, J. P. Llewellyn.** J. Phys. D: Appl. Phys., **13** (1980) 2327—2336
- [4] **J. P. Llewellyn.** J. Phys. D: Appl. Phys., **16** (1983) 95—104
- [5] **B. R. Jennings, M. Xu, P. J. Ridler.** Proc. Royal Soc. A, **456** (2000) 891—907
- [6] **F. Donatini, S. Neveu, J. Monin.** J. Magn. Magn. Mater., **162** (1996) 69—74
- [7] **R. V. Mehta, Rajesh Patel, R. V. Upadhyay.** Phys. Rev. B, **74** (2006) 195127
- [8] **S. Radha, S. Mohan, C. Pai.** Phys. B: Cond. Matter., **448** (2014) 341—345
- [9] **J. Philip, J. M. Laskar.** J. Nanofluids, **1** (2012) 3—20

- [10] H. E. Horng, C. S. Chen, K. L. Fang. Appl. Phys. Lett., **85** (2004) 5592—5594
- [11] J. Philip, V. Mahendran, L. J. Felicia. J. Nanofluids, **2** (2013) 112—119
- [12] V. Mahendran, J. Philip. Sens. Act. B, **185** (2013) 488—495
- [13] T. Du, S. Yuan, W. Luo. Appl. Phys. Lett., **65** (1994) 1844—1846
- [14] H. E. Horng, C. Y. Hong, S. L. Lee, C. H. Ho, S. Y. Yang, H. C. Yang. J. Appl. Phys., **88** (2000) 5904—5908
- [15] S. Pu, X. Chen, L. Chen, W. Liao, Y. Chen, Y. Xia. Appl. Phys. Lett., **87** (2005) 021901
- [16] P. Das, M. Colombo, D. Prosperi. Coll. Surfaces B: Biointerfaces, **174** (2019) 42—55
- [17] P. P. Macaroff, A. R. Simioni. J. Appl. Phys., **99** (2006) 08S102
- [18] R. V. Mehta, H. S. Shah. J. Phys. D: Appl. Phys., **7** (1974) 2483—2489
- [19] M. J. Dave, P. V. Mehta, H.S. Shan, J. N. Desai, Y. G. Naik. Ind. J. Pure Appl. Phys., **6**, N 7 (1968) 364—366
- [20] R. V. Mehta, R. V. Upadhyay, P. Rajesh, T. Premal. J. Magn. Magn. Mater., **289** (2005) 36—38
- [21] L. Tomco, V. Zavisova, M. Koneracka, P. Kopcansky. Czech. J. Phys., **49**, N 6 (1999) 973—979
- [22] S. Y. Yang, Y. T. Hsiao, Y. W. Huang. J. Magn. Magn. Mater., **281** (2004) 48—52
- [23] Fang Xiaopeng, Xuan Yimin, Li Qiang. Nanoscale Res. Lett., **6** (2011) 237—241
- [24] V. Mahendran, John Philip. Appl. Phys. Lett., **102** (2013) 163109
- [25] C. Zhang, S. Pu, Z. Hao, B. Wang, M. Yuan, Y. Zhang. Nanomaterials, **12** (2022) 862
- [26] S. Han, S. Pu, Z. Hao, C. Zhang, W. Liu, S. Duan, J. Fu, M. Wu, P. Mi, X. Zeng, M. Lahoubi. Opt. Lett., **48** (2023) 4504—4507
- [27] A. A. Zakinyan, S. S. Belykh, A. R. Zakinyan, K. V. Yerin. J. Opt. Tech., **88**, N 3 (2021) 158—165
- [28] C. Yerin, S. Belykh. IEEE Trans. Magn., **58**, N 2 (2022) 4600704
- [29] Q. Zhang, B. Peng, J. Xu, M. Chu. Polymers, **12** (2020) 2533
- [30] C. V. Yerin, V. I. Lykhmanova, M. V. Yerina. Magnetohydrodynamics, **54**, N 1-2 (2018) 155—159
- [31] C. V. Yerin, V. I. Vivchar. J. Magn. Magn. Mater., **498** (2020) 166144
- [32] K. B. Ерин. Неорг. матер., **58**, № 4 (2022) 421—431 [K. V. Yerin. Inorg. Mater., **58**, N 4 (2022) 403—413]
- [33] C. V. Yerin, V. I. Vivchar, S. S. Belykh. Eurasian Phys. Tech. J., **19**, N 2 (2022) 86—92
- [34] К. Борен, Д. Хафмен. Поглощение и рассеяние света малыми частицами, Москва, Мир (1986)
- [35] N. G. Khlebtsov, A. G. Melnikov, V. A. Bogatyrev. Coll. Surface A, **148**, N 1-2 (1999) 17—28
- [36] O. M. Osmolovskaya, M. G. Osmolowsky, M. P. Petrov, A. V. Voitylov, V. V. Vojtylov. Coll. Surfaces A, **586** (2020) 124095
- [37] В. В. Тучин. Оптика биологических тканей. Методы рассеяния света в медицинской диагностике, Москва, Физматлит (2012) 129—130 [V. V. Tuchin. Tissue Optics: Light Scattering Methods and Instruments for Medical Diagnosis, SPIE Press, Bellingham (2007)]
- [38] N. E. Berger, V. Twersky. J. State Phys., **61**, N 5-6 (1990) 1187—1201
- [39] A. Ishimaru, Y. Kuga. J. Opt. Soc. Am., **72** (1982) 1317—1320
- [40] Г. Хюлст. Рассеяние света малыми частицами, Москва, Ин. литер. (1961) 45—54 [H. C. van de Hulst. Light Scattering by Small Particles, Wiley, Chapman (1957)]
- [41] C.-A. Guérin, P. Mallet, A. Sentenac. J. Opt. Soc. Am., **A23** (2006) 349—358
- [42] В. В. Тучин. Оптическая биомедицинская диагностика, **1**, Москва, Физматлит (2006) 42—44 [N. Khlebtsov, I. Maksimova, I. Meglinski, L. Wang, V. Tuchin. Handbook of Optical Biomedical Diagnostics, Ch. 1, Ed. V. V. Tuchin, Bellingham, SPIE Press (2001)]