

ВЛИЯНИЕ НЕИДЕАЛЬНОСТИ АКСИКОНА И ВХОДНОГО ГАУССОВА ПУЧКА НА ПАРАМЕТРЫ КАЧЕСТВА И ФУРЬЕ-СПЕКТР ФОРМИРУЕМОГО БЕССЕЛЕВА СВЕТОВОГО ПУЧКА

И. В. Балыкин¹, А. А. Рыжевич^{1,2*}, Н. С. Казак³

УДК 621.315.592

¹ Институт физики НАН Беларуси, Минск, Беларусь; e-mail: a.ryzhevich@dragon.bas-net.by

² Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь; e-mail: tol222@mail.ru

³ ГНПО “Оптика, оптоэлектроника и лазерная техника”, Минск, Беларусь;
e-mail: lod@dragon.bas-net.by

(Поступила 15 сентября 2023)

С использованием методов Фурье-оптики путем численного моделирования рассмотрено влияние на формирование бесселева светового пучка (БСП) в схеме преобразования гауссова пучка аксионом трех факторов: эллиптичности падающего светового пучка, эллиптичности аксиона, наличия у аксиона скругленной верхушки. Показаны результаты влияния каждого из факторов на структуру, параметры качества k_{Π} , k_a , $\langle R^2 \rangle$ формируемого БСП и его Фурье-спектр (ФСБСП). С использованием вводимых параметров качества для ФСБСП k_{ls} , k_{ws} , k_{rs} , характеризующих разброс интенсивности, полуширины и среднего значения пространственной частоты конической компоненты ФСБСП, а также параметра η , определяющего отношение энергии в конической компоненте к полной энергии пучка, проведен анализ качества ФСБСП. Эллиптичность гауссова пучка, падающего на аксион, приводит к уменьшению длины области существования БСП, а с ростом продольной координаты уменьшаются все параметры качества, при этом наиболее быстро падает коэффициент постоянства k_{Π} . С ростом эксцентризитета полуширин гауссова пучка ε_b падают параметры качества ФСБСП k_{ls} , k_{ws} , характеризующие разброс интенсивности и полуширины конической компоненты пучка. Эллиптичность аксиона влияет на все параметры качества БСП, наиболее явно при этом с ростом эксцентризитета аксиона ε_a падает коэффициент постоянства k_{Π} и среднее значение R^2 , что обусловлено осцилляциями в приосевом кольце БСП. Вид ФСБСП с ростом ε_a также изменяется, переходя от кругового к эллиптическому, из-за этого уменьшается коэффициент постоянства частоты спектра конической компоненты. Рассмотрены закономерности в поперечных распределениях интенсивности БСП, формируемых при наличии азимутальной модуляции угла конусности в случае, когда число N полных периодов осцилляций угла конусности > 2 . Число минимумов интенсивности в приосевом кольце при малой амплитуде модуляции угла при основании аксиона B (≤ 0.05) в случае нечетного N равно N , а в случае четного — $2N$. При $B > 0.05$ в случае как четного, так и нечетного N число минимумов в приосевом кольце пучка равно $2N$. Сферическая верхушка конического в остальном аксиона приводит к формированию отдельной неконической компоненты в спектре, а в случае гиперболического аксиона происходит уширение конической компоненты спектра в направлении низких пространственных частот. Полученные результаты могут быть использованы для формирования специальных световых полей, а также для оценки качества изготовления аксионов и эллиптичности падающего на аксион пучка.

Ключевые слова: аксион, бесселев световой пучок, параметры качества пучка, Фурье-спектр.

INFLUENCE OF THE NONIDEALITY OF THE AXICON AND THE INPUT GAUSSIAN BEAM ON THE QUALITY PARAMETERS AND THE FOURIER SPECTRUM OF THE GENERATED BESSEL LIGHT BEAM

I. V. Balykin¹, A. A. Ryzhevich^{1,2*}, N. S. Kazak³ (¹ B. I. Stepanov Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus; e-mail: a.ryzhevich@dragon.bas-net.by; ² Belarusian State University, Minsk, Belarus; e-mail: tol222@mail.ru; ³ SSPA “Optics, Optoelectronics, and Laser Technology”, Minsk, Belarus; e-mail: lod@dragon.bas-net.by)

We investigated the influence of three factors on the formation of a Bessel light beam (BLB) in the scheme of transforming a Gaussian beam by an axicon: the ellipticity of the incident light beam, the ellipticity of the axicon, and the presence of a round tip of the axicon. For this purpose we used the methods of Fourier optics via numerical simulation. The results of the influence of each factor on the structure, quality parameters k_c , k_r , $\langle R^2 \rangle$ of the formed BLB and its Fourier spectrum (FSBLB) are shown. We introduced quality parameters of the FSBLB k_{Is} , k_{ws} , k_{rs} , which characterize the spread of amplitude, half-width and average frequency of the conical component of the FSBLB, as well as the parameter η , which determines the ratio of the energy in the conical component to the total energy of the beam. The quality of the FSBLB was analyzed with help of these parameters. The ellipticity of the Gaussian beam incident on the axicon leads to a reduction of the length of the region of existence of the BLB. In this case with increase of longitudinal coordinate all quality parameters decrease and the coefficient of constancy k_c drops most quickly. With increasing eccentricity of the half-widths of the Gaussian beam ε_b , the quality parameters of the FSBLB k_{Is} , k_{ws} , which characterize the spread of the intensity and half-width of the conical component of the beam, decrease. The ellipticity of the axicon affects all parameters of the quality of the BLB; most clearly, with an increase in the eccentricity of the axicon ε_a , the coefficient of constancy k_c and the average value of R^2 decrease. This happens due to oscillations in the ring closest to the axis of the BLB. The shape of the FSBLB with increasing ε_a also changes, moving from circular to elliptical. Because of this the coefficient of constancy of the frequency of the spectrum of the conical component decreases. Regularities in the transverse distributions of the intensity of the BLB, formed in the presence of azimuthal modulation of the cone angle were considered for the case when the number N of complete periods of oscillation of the cone angle is greater than 2. The number of intensity minima in the paraxial ring at a small value of the axicon base angle modulation amplitude B (≤ 0.05) in the case of odd N is equal to N , and in the case of even N is equal to $2N$. For large values of B (> 0.05) as in the case of even N , so in the case of odd N , the number of minima in the paraxial ring of the beam is equal to $2N$. The spherical tip of an otherwise conical axicon leads to the formation of a separate non-conical component in the spectrum. In the case of a hyperbolic axicon, the conical component of the spectrum broadens in the direction of low spatial frequencies. The results obtained can be used to form special light fields, as well as to assess the quality of manufacturing of axicons and the ellipticity of the beam incident on the axicon.

Keywords: axicon, Bessel light beam, quality parameters of the beam, Fourier spectrum.

Введение. Один из наиболее энергетически эффективных способов формирования бесселевых световых пучков (БСП) — преобразование лазерного светового пучка конической линзой (аксиконом) [1]. В идеальном случае падающее на аксикон излучение представляет собой плоскую волну, а аксикон обладает идеальной конической формой и бесконечной шириной. На практике приходится иметь дело со световыми пучками конечной ширины и неидеальными аксиконами конечных размеров.

Достаточно часто для формирования БСП используются лазеры, формирующие пучок, по составу близкий к гауссову (ГСП), при этом все более широкое распространение получают полупроводниковые инжекционные лазеры, обладающие высоким КПД и другими привлекательными свойствами. Частой особенностью полупроводниковых лазеров является наличие выделенных направлений в формируемом пучке (быстрой и медленной оси), приводящее к эллиптичности поперечного профиля лазерного пучка. Известно [2], что особенности падающего на аксикон пучка влияют на вид формируемого БСП. В связи с этим представляет интерес влияние эллиптичности падающего на аксикон ГСП на свойства формируемого им БСП.

При изготовлении аксиконов наблюдаются различные отклонения их формы от идеально конической. Нами рассмотрено влияние на параметры качества БСП (k_n , k_c , $\langle R^2 \rangle$) [3] отклонений двух типов: наличия неконической (скругленной) верхушки [4—6] и эллиптичности аксикона [7—11]. Для однозначности формулировок полагаем необходимым разделять понятия вершины аксикона (vertex) — точки аксикона, максимально удаленной от его плоской грани, и верхушки аксикона (tip) — области аксикона вблизи его вершины. Под скругленной верхушкой понимается, что верхушка аксикона обладает некоторым положительным радиусом кривизны, который может быть фиксированным либо изменяться в зависимости от радиальной координаты. Эллиптичность аксикона выражается в том, что сечение аксикона в плоскости, параллельной плоской грани аксикона, представляет собой эллипс, а не круг.

В работе [12] показано, что наличие у аксикона скругленной верхушки влияет на вид формируемых кольцевых пучков при использовании комбинации аксикона и сферической линзы. В [5] факти-

чески подтверждено, что наличие скругленной верхушки в виде гиперболоида вращения приводит к возникновению осевых осцилляций интенсивности в БСП. Для моделирования скругленной верхушки аксиона в литературе предлагается ряд методов. В [13] получены аналитические формулы, задающие осевое распределение интенсивности за аксионом со скругленной верхушкой, при этом рассмотрены три модели аксиона: гиперболическая, параболически-гиперболическая и параболически-коническая. В [6] рассмотрены распределения интенсивности в области за зоной существования БСП в случае гиперболического аксиона, характер видимых осцилляций и его зависимость от величины скругления. Тем не менее представляет интерес рассмотрение влияния скругления верхушки аксиона на качество БСП в области его существования, а также на его Фурье-спектр. Для количественной характеристики качества пучка предлагается использовать предложенные в [3, 14] параметры качества БСП.

В [7—11] показано, что эллиптичность аксиона существенно влияет на формируемый им БСП. При достаточно большой эллиптичности вблизи оси пучка формируется поле, подобное шахматной доске (checkerboard pattern), при малых наблюдаются азимутальные осцилляции интенсивности. Исследование влияния степени эллиптичности на вид распределений интенсивности в БСП представляет интерес, поскольку может позволить оценить величину эллиптичности аксиона без применения сложной аппаратуры. Важно также установить, как влияют азимутальные осцилляции угла конусности на формируемое поле в случае, если при изготовлении аксиона возникают низкочастотные биения, например, по причине периодических колебаний аксиона, зажатого во вращающемся с определенной угловой скоростью патроне, относительно шлифующего инструмента.

В настоящей работе системно рассмотрено, как различные отклонения формы аксиона от идеальной (разные виды скругления верхушки и эллиптичность аксиона) и эллиптичность падающего на аксион светового пучка, часто встречающаяся у полупроводниковых лазеров, влияют на структуру формируемого БСП в пространственной и Фурье-области и его параметры качества.

Влияние эллиптичности падающего на аксион гауссова пучка на качество БСП и ФСБСП. С использованием численного моделирования, основанного на методах Фурье-оптики, получены поперечные распределения интенсивности и Фурье-спектры в БСП (ФСБСП), формируемых аксионом с углом при основании $\alpha = 5^\circ$ для лазерного излучения с $\lambda = 633$ нм и максимальной полуширины входного пучка по уровню $1/e^2$ по интенсивности $w_x = 1$ мм. Гауссов пучок ориентирован в пространстве таким образом, чтобы вдоль горизонтальной оси x полуширина была максимальной, а вдоль вертикальной оси y — минимальной. При этом варьировались координата распространения z и эксцентриситет эллипса полуширин гауссова пучка $\epsilon_b = [1 - (w_y/w_x)^2]^{1/2}$, где w_x и w_y — максимальная и минимальная полуширина пучка.

На рис. 1 приведены виды поперечных распределений интенсивности и пространственные спектры поля за аксионом для различных значений эксцентриситета ϵ_b . Видно, что с ростом ϵ_b распределение интенсивности из БСП постепенно преобразуется в “одномерную” интерференционную картину в виде полос, подобную наблюдаемой с бипризмой. В структуре спектра происходит снижение яркости компонент, распространяющихся в плоскостях, близких к вертикальной, а также уширение кольца спектра в этих направлениях. Это можно объяснить увеличением дифракционной расходности, вызванной уменьшением ширины пучка в вертикальном направлении.

Структуру наблюдаемого спектра также можно изобразить в виде зависимости параметров I_s (интенсивность), w_s (полуширина), r_s (пространственная частота) главной компоненты спектра от азимутальной координаты ϕ (под основной понимается самая интенсивная). Для получения этих значений предлагается аппроксимировать “радиальные” спектры функцией Гаусса вида $I_s \exp(-(r-r_s)^2/w_s^2)$. Зависимости I_s и r_s от азимутального угла ϕ приведены на рис. 2. Отметим, что полуширина главной компоненты спектра зависит от угла синусоидально, а максимальная интенсивность также обладает периодической зависимостью от азимутальной координаты, но более сложной, чем просто гармоническая. Зависимости для r_s не приводятся, поскольку r_s с азимутальной координатой изменяется мало. Видно, что полуширина главной компоненты спектра в направлении, соответствующем наиболее “узкому” сечению пучка (вдоль оси y), увеличивается, при этом ее интенсивность снижается.

С использованием предложенных в [3] параметров круглости k_k и постоянства первого максимума k_n проведен анализ параметров качества для поперечных распределений интенсивности поля за аксионом. Параметры качества БСП вычисляются на основе анализа набора радиальных распределений интенсивности БСП, проведенных вдоль равноотстоящих азимутальных направлений, задаваемых азимутальным углом $\phi_i = i \Delta\phi$, где i — номер направления, $\Delta\phi$ — угол между соседними

направлениями. Для каждого из радиальных распределений проводится оценка радиуса приосевого кольца БСП $r_1(\phi)$ и интенсивности в приосевом кольце $I(r_1)$, на основе этих значений вычисляются параметр круглости $k_k = 1 - \sigma(r_1)/M(r_1)$ и коэффициент постоянства первого максимума $k_{\pi} = 1 - \sigma(I(r_1))/M(I(r_1))$, где σ — несмещенная оценка среднеквадратичного отклонения, M — оценка среднего по ансамблю распределений. Параметры качества ФСБСП предлагаются вычислять по аналогичным формулам вида $k_X = 1 - \sigma(X)/M(X)$, где X — параметр, характеризующий особенности радиального распределения и зависящий от угла. В качестве X можно использовать введенные выше радиус (соответствующий среднему значению пространственной частоты) r_s , полуширину w_s и интенсивность I_s . Таким образом, вводятся три параметра качества спектра k_{Is} , k_{ws} , k_{rs} , характеризующие постоянство интенсивности, постоянство ширины и постоянство угловой частоты главной компоненты спектра вдоль различных азимутальных направлений соответственно.

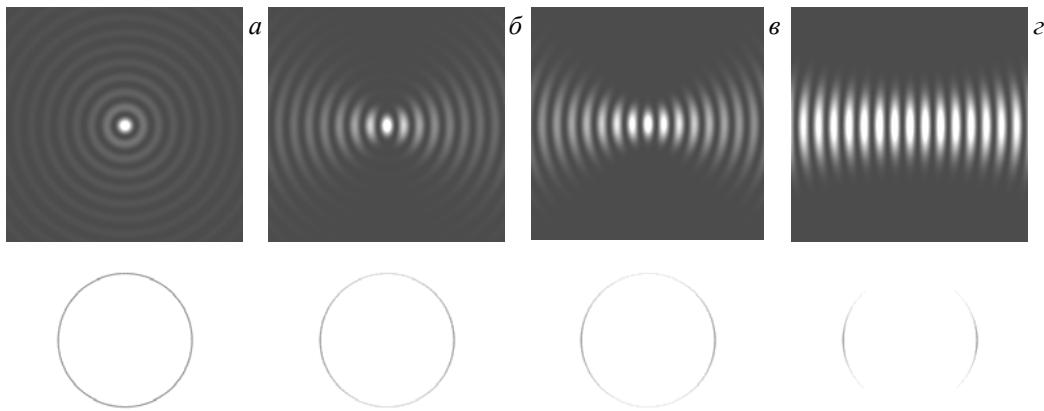


Рис. 1. Поперечные распределения интенсивности ($z = 0.0280$ м) и пространственные спектры поля за аксионом для $\epsilon_b = 0$ (а), 0.75 (б), 0.85 (в) и 0.95 (г)

Изменения в структуре пучка при варьировании ϵ_b находят объективное отражение в зависимостях качества пучка и спектра от ϵ_b (рис. 3). Видно (рис. 3, а), что с ростом ϵ_b коэффициенты постоянства, круглости и среднее значение R^2 падают, при этом постоянство падает быстрее круглости, т. е. сначала наблюдается явное нарушение равномерности яркости приосевого кольца в пучке, а затем и нарушение круглости этого кольца по форме. Падение среднего значения R^2 показывает, что в целом пучок постепенно перестает быть похожим на бесселев с ростом ϵ_b . Как видно на рис. 2, б, частота основной компоненты спектра не изменяется, что отражает постоянство угла конусности аксиона. При этом уменьшаются параметры k_{Is} и k_{ws} , что также отражает наблюдаемые явления.

Для рассмотрения изменений в структуре пучка при распространении построены зависимости параметров качества от продольной координаты, представленные на рис. 4 для различных значений ϵ_b (обзываются предельной точкой, для которой распределение интенсивности еще не выродилось в серию полос). Видно, что с ростом ϵ_b область, в которой параметры качества принимают удовлетворительные значения (≤ 0.95), укорачивается. При этом наиболее быстро падает коэффициент постоянства.

Аналогичные зависимости можно рассмотреть и с другой точки зрения: как параметры качества зависят от ϵ_b при фиксированном значении z (рис. 5). Видно, что постоянство, как и в случае с варьированием z , падает быстрее круглости.

Результаты численного моделирования показывают, что качество и структура Фурье-спектра БСП зависят от эллиптичности падающего на аксион гауссова пучка. С ростом эллиптичности параметры качества падают, при этом коэффициент постоянства первого максимума k_{π} убывает быстрее коэффициента круглости k_k . Основная компонента Фурье-спектра с ростом эллиптичности уширяется и уменьшается в яркости в направлении, соответствующем малой оси эллипса полуширин гауссова пучка (при фиксированной ширине вдоль большой оси). Вводятся параметры качества спектра БСП k_{Is} , k_{ws} , k_{rs} , позволяющие численно характеризовать обозначенные явления и отражающие наблюдаемые в спектре изменения.

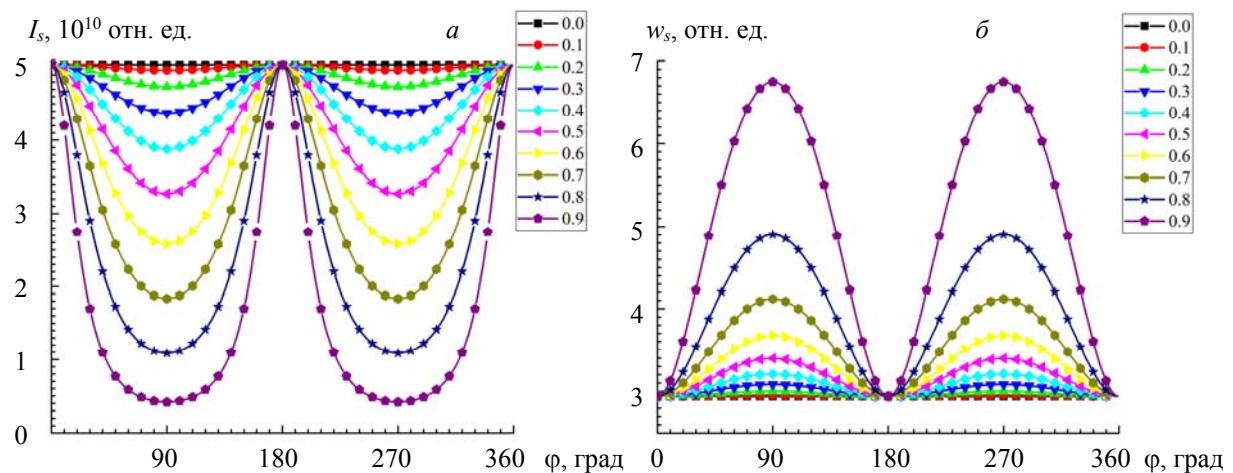


Рис. 2. Зависимости интенсивности I_s (а) и полуширины w_s (б) главной компоненты спектра от угла φ

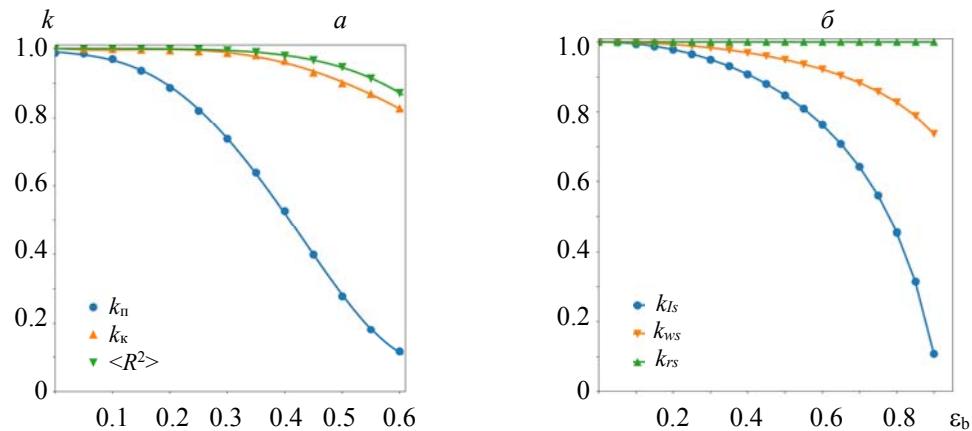


Рис. 3. Зависимость параметров качества в поперечном распределении интенсивности поля за аксионом (а) (при фиксированном $z = 0.044$ м) и в спектре (б) от эксцентриситета ε_b

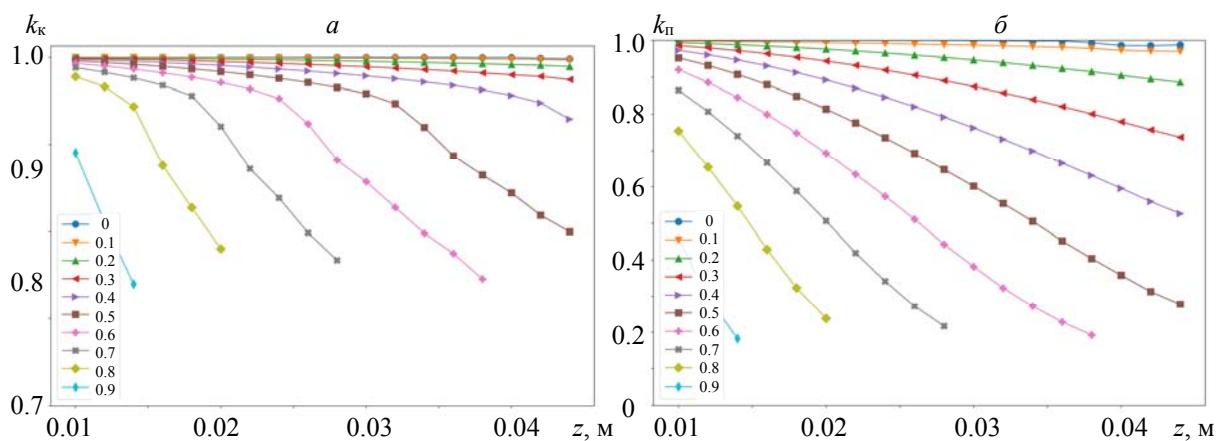


Рис. 4. Зависимости коэффициентов круглости (а) и постоянства (б) от координаты z для различных значений эксцентриситета ε_b

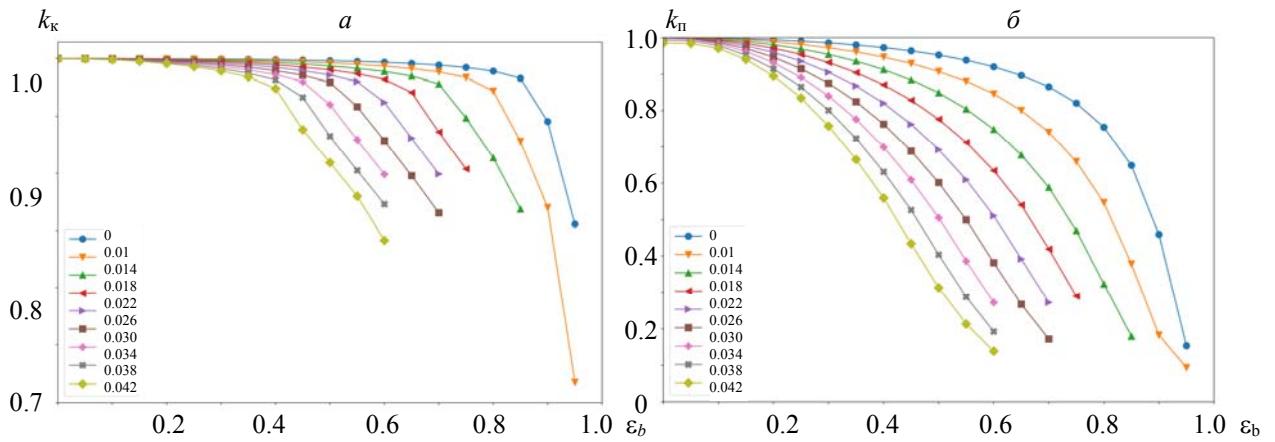


Рис. 5. Зависимости коэффициента круглости (*a*) и постоянства (*б*) от эксцентрикитета ϵ_b для различных значений z

Влияние эллиптичности и азимутальных осцилляций угла конусности более высокого порядка аксикона на вид и качество БСП и ФСБСП. Очевидно, что на практике невозможно изготовить аксикон идеально конической формы. В литературе представлены два основных типа отклонений формы аксикона от конической: скругленная верхушка и наличие эллиптичности (поперечное сечение аксикона представляет собой эллипс). Рассмотрим, как в этом случае угол конусности аксикона зависит от азимутального направления. Выберем сечение аксикона, расположенное на расстоянии h от верхушки. Ориентируем систему координат так, чтобы оси Ox и Oy совпадали с главными направлениями эллипса, ось Oz проходила через верхушку аксикона. В этом случае внешняя граница аксикона в сечении задается уравнением

$$x^2/b_x^2 + y^2/b_y^2 = 1,$$

где b_x, b_y — половины длин главных осей эллипса. Отсюда

$$x = \pm b_x \sqrt{1 - y^2/b_y^2}.$$

Переходя к полярным координатам с центром, совпадающим с центром выбранной прямоугольной системы координат, и направлением $\varphi = 0$, совпадающим с осью Ox :

$$r^2 = x^2 + y^2 = b_x^2 \left(1 - y^2/b_y^2\right) + y^2.$$

Кроме того, $y = r \sin \varphi$, тогда

$$r^2 = r^2 \sin^2 \varphi \left(1 - b_x^2/b_y^2\right) + b_x^2,$$

откуда

$$r = \frac{b_x}{\sqrt{1 - \sin^2 \varphi (1 - b_x^2/b_y^2)}}.$$

Угол при вершине аксикона

$$\beta = \arctan \frac{r}{h} = \arctan \left(\frac{b_x}{h} \frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2 \varphi (1 - b_x^2/b_y^2)}} \right).$$

Отметим, что

$$b_x/h = \tan \beta(\varphi = 0) = \tan \beta_x,$$

где β_x — угол при вершине аксикона при $\varphi = 0$ (вдоль оси x). В итоге получаем

$$\beta = \arctan \left(\tan \beta_x \frac{1}{\sqrt{1 - (1 - b_x^2/b_y^2) \sin^2 \varphi}} \right) = \arctan \left(\tan \beta_x \frac{1}{\sqrt{1 - \varepsilon_a^2 \sin^2 \varphi}} \right) = \arctan \left(\tan \beta_x \frac{1}{\sqrt{1 - (1/2) \varepsilon_a^2 (1 - \cos 2\varphi)}} \right),$$

где $\varepsilon_a = 1 - b_x^2/b_y^2$ — эксцентрикитет аксикона при $b_y > b_x$.

Для угла при основании аксиона α :

$$\alpha = \arctan\left(\tan \alpha_x \sqrt{1 - \frac{1}{2} \varepsilon_a^2 (1 - \cos 2\varphi)}\right),$$

где α_x — угол при основании аксиона при $\varphi = 0$ (вдоль оси x).

Полученная функция периодическая по φ с циклической частотой $\omega = 2$, что также видно из оси симметрии второго порядка, присутствующей у эллиптического конуса. Численные оценки показывают, что при малых ε_a зависимость $\beta(\varphi)$ может быть довольно точно аппроксимирована функцией $\arctan[(b_y + b_x)/2h + \cos(2\varphi)(b_y - b_x)/2h]$ с максимальной относительной ошибкой 0.5 % при $\varepsilon_a = 0.5$ и меньших ошибках при $\varepsilon_a < 0.5$ (при $\varepsilon_a > 0.5$ она начинает довольно быстро возрастать, достигая 3 % при $\varepsilon_a = 0.7$ и 21 % при $\varepsilon_a = 0.9$). Допустимость такого представления также можно показать более строгого аналитически, для этого необходимо разложить внешний арктангенс по степеням аргумента в окрестности $\tan \beta_x$, взяв два первых члена разложения, а затем представить в виде ряда Фурье полученную функцию, однако коэффициенты Фурье, например, для члена при $\cos 2\varphi$ принимают довольно сложный вид, выражаясь через эллиптические интегралы первого и второго рода. Рассчитанные поперечные распределения интенсивности для аксионов с различными значениями эксцентриситета аксиона ε_a при фиксированном $\alpha_x = 5^\circ$ показаны на рис. 6. Видно, что с ростом продольной координаты и эксцентриситета поперечное распределение интенсивности в пучке теряет обычный вид, вплоть до исчезновения осевого максимума интенсивности.

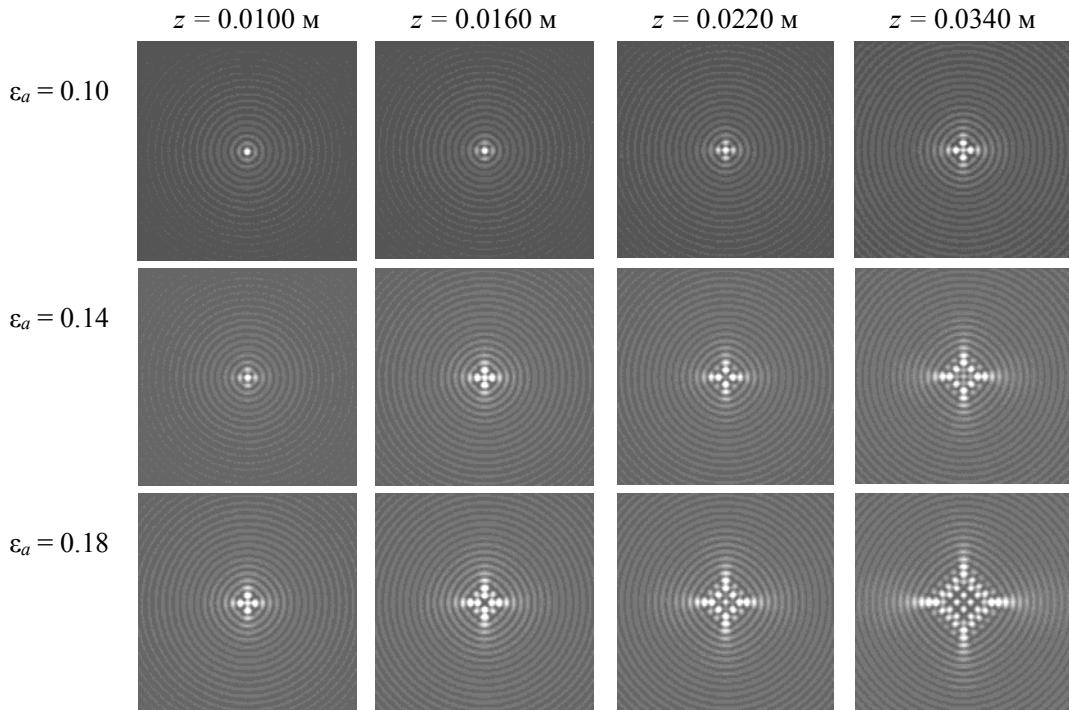


Рис. 6. Поперечные распределения интенсивности для аксионов с различными значениями эксцентриситета ε_a

Интересно рассмотреть случай, когда отклонения угла конусности аксиона носят периодический характер с большим количеством осцилляций, чем в случае эллиптичности, т. е. при $\beta(\varphi) = \arctan[(b_y + b_x)/2h + \cos(N\varphi)(b_y - b_x)/2h]$, где N — число осцилляций.

С использованием методов Фурье-оптики [15, 16] нами рассчитаны распределения интенсивности за аксионом, обладающим осцилляциями угла при основании аксиона, задаваемыми формулой $\alpha(\varphi) = \alpha_0(1 + B \sin(N\varphi))$ в случае различных N и B (рис. 7). Использование параметров B и α_0 вместо α_x и ε_a предлагается для простоты их интерпретации как амплитуды модуляции угла конусности и среднего значения угла при основании аксиона соответственно. При этом $\alpha_0 = 5^\circ$, длина волны $\lambda = 633$ нм, показатель преломления материала аксиона $n = 1.5$ и $z = 0.01$ м. Видно, что с ростом ам-

плитуды модуляции угла конусности B отклонения от распределения в идеальном пучке становятся более выраженным, при этом число минимумов интенсивности, наблюдаемых в приосевом кольце при $B \leq 0.05$, в случае нечетного N равно N , а в случае четного — $2N$. При $B > 0.05$ в случае как четного, так и нечетного N число минимумов в приосевом кольце пучка равно $2N$.

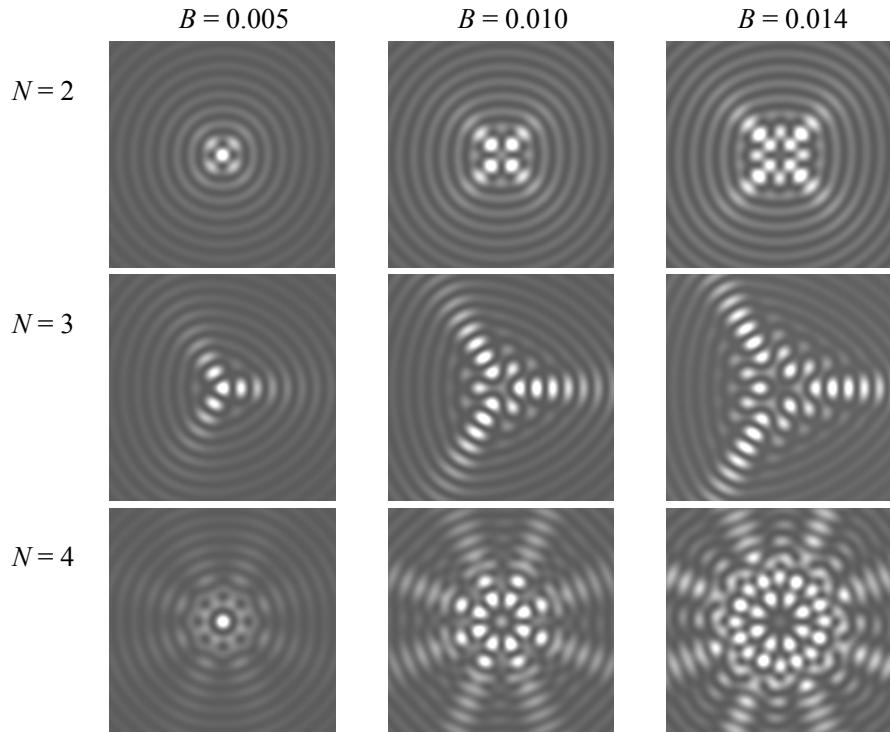


Рис. 7. Поперечные распределения интенсивности в БСП₀, полученные для аксионов с различной амплитудой модуляции угла конусности аксиона B и числом периодов N

Построены также поперечные распределения интенсивности в ФСБСП, формируемом эллиптическим аксионом при различных ϵ_a и фиксированном $\alpha_x = 5^\circ$ (рис. 8). Тонкими горизонтальными линиями показано сжатие спектра вдоль вертикальной оси y . Для их детального рассмотрения построены зависимости введенных ранее величин I_s, w_s, r_s от азимутальной координаты (рис. 9). Видно, что эллиптичность аксиона приводит к перераспределению энергии в спектре. “Уширение” аксиона в направлении y приводит к уменьшению угла отклонения парциальных волн в этом направлении и, следовательно, к снижению пространственной частоты главной компоненты спектра в этом направлении. Интенсивность компоненты в направлении y также снижается, а компоненты в направлении x , напротив, повышается.

Отметим небольшое изменение ширины главной компоненты спектра, которое можно объяснить следующим образом (рис. 10). Если представить спектр как кольцевую область, заключенную между двумя окружностями, то при проведении радиальных лучей из центра ширина кольцевой области вдоль каждого луча будет одинаковая. Далее деформируем спектр так, чтобы его ширина локально сохранилась, а форма изменилась из круглой в эллиптическую. Главные оси эллипса направим вдоль осей координат. В этом случае ширина кольцевой области вдоль луча, проведенного из центра эллипса по главному направлению эллипса (D), меньше, чем ширина кольца для луча, направленного под углом (E), поскольку луч проходит под углом к локальному направлению наименьшей ширины (E_1F).

На основе рассчитанных распределений интенсивности построены зависимости параметров качества БСП и ФСБСП от эксцентриситета аксиона ϵ_a (рис. 11). Видно, что коэффициент постоянства падает с ростом ϵ_a быстрее, чем коэффициент круглости и среднее значение R^2 . Наиболее явно эллиптичность аксиона влияет на постоянство спектра по интенсивности и значению пространственной частоты. На полуширину спектра эллиптичность аксиона влияет незначительно.

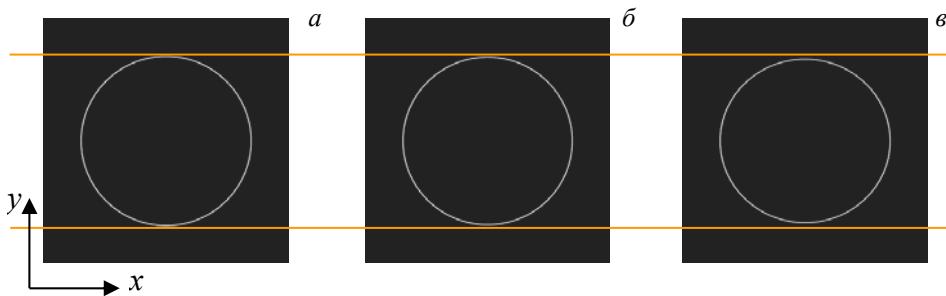


Рис. 8. Пространственные спектры поля за аксионом для эксцентриситета аксиона $\varepsilon_a = 0$ (a), 0.14 (b) и 0.28 (c)

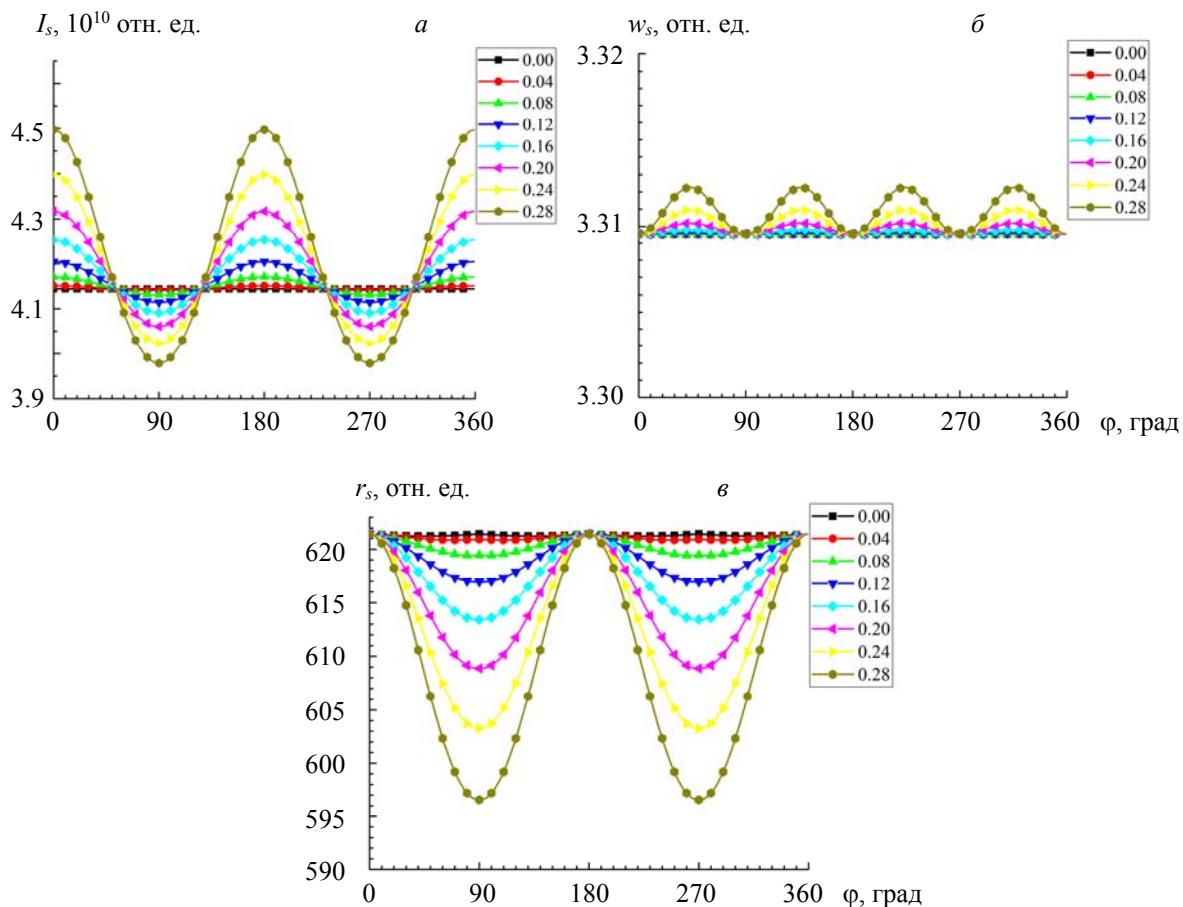


Рис. 9. Зависимости интенсивности спектра I_s (a), полуширины w_s (б) и пространственной частоты r_s (в) главной компоненты спектра от угла φ

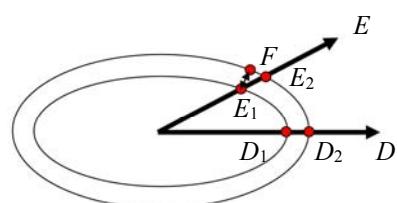


Рис. 10. Иллюстрация для объяснения уширения главной компоненты спектра для эллиптического аксиона

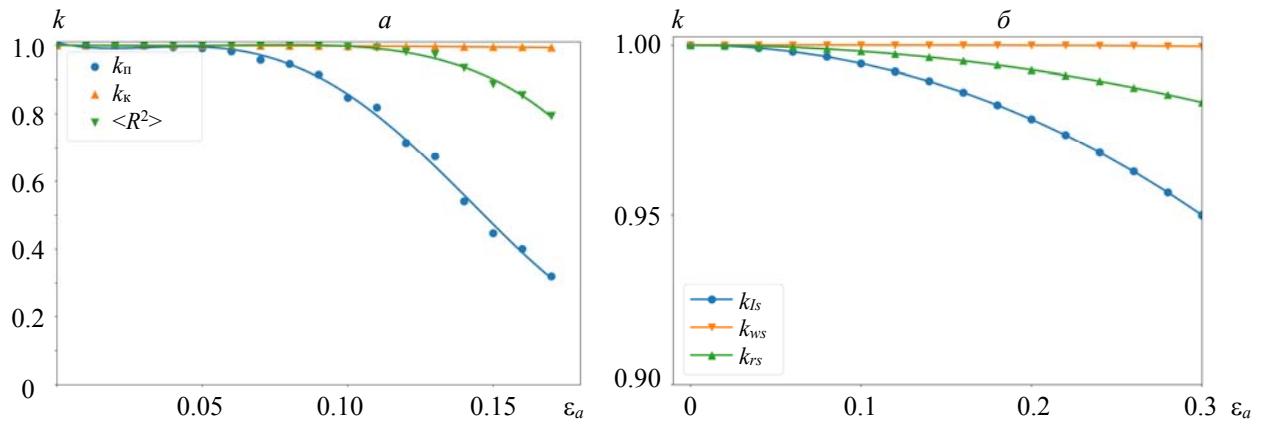


Рис. 11. Зависимости параметров качества в поперечном распределении интенсивности (*а*) (при фиксированном $z = 0.01$ м) и в спектре (*б*) от эксцентризитета аксиона ϵ_a

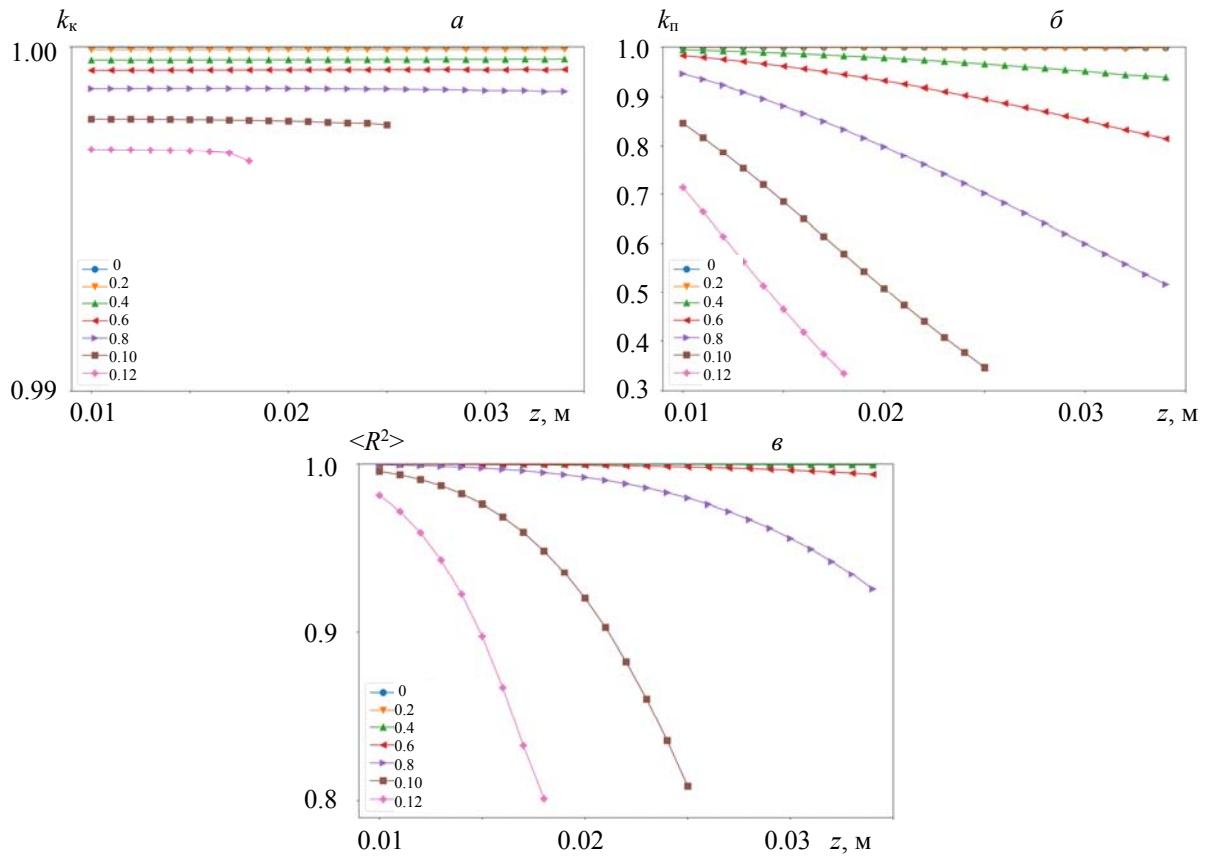


Рис. 12. Зависимости коэффициента круглости (*а*), постоянства (*б*) и среднего значения R^2 (*в*) от координаты z для различных значений эксцентризитета аксиона ϵ_a

На рис. 12 приведены зависимости коэффициента круглости, постоянства и среднего значения R^2 от координаты z для различных ϵ_a . Видно, что с ростом эксцентризитета аксиона область, в которой параметры качества принимают удовлетворительные значения, довольно быстро сокращается.

На рис. 13 приведены зависимости параметров качества от ϵ_a для различных фиксированных координат z . Отметим, что коэффициент постоянства плавно падает с ростом ϵ_a , а коэффициент круглости и среднее значение R^2 начинают резко падать после некоторого ϵ_a , тем меньшего, чем выше z . Построенные зависимости ограничиваются условием $R^2 > 0.8$, поскольку в ином случае пучок нельзя рассматривать как бесселев.

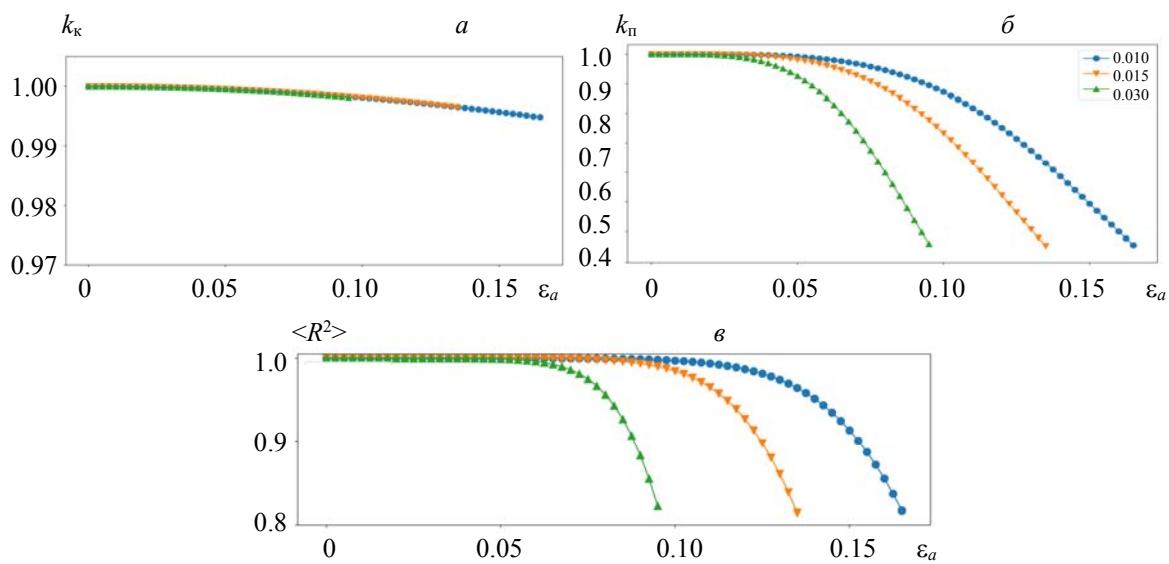


Рис. 13. Зависимости коэффициента круглости (а), постоянства (б) и среднего значения R^2 (в) от эксцентризитета аксиона ε_a для координат $z = 0.010$ (●), 0.015 (▼) и 0.030 (▲)

Таким образом, эллиптичность аксиона существенно влияет на все параметры качества БСП, наиболее явно в изменении коэффициента постоянства k_p и среднего значения R^2 . Со стороны ФСБСП эллиптичность аксиона приводит к снижению постоянства по интенсивности и пространственной частоте главной компоненты спектра, при этом ширина главной компоненты спектра слабо осциллирует вдоль азимутальной координаты, что можно объяснить деформацией формы кольца спектра из круглой в эллиптическую. Интенсивность основной компоненты спектра в направлении, соответствующем малой оси эллипса поперечного сечения аксиона, увеличивается, а в направлении большой оси — уменьшается (при фиксированной малой оси).

Влияние скругленной верхушки аксиона на качество БСП и ФСБСП. Для исследования влияния скругленной верхушки аксиона на качество пучка рассмотрены две модели аксиона со скругленной верхушкой: конический аксион со сферической верхушкой (I) и гиперболический аксион (II). Эти модели выражают два предельных случая: скругление строго локализовано на верхушке аксиона; отклонение от конической формы присутствует на всей поверхности аксиона. В качествеарьируемого параметра в моделях выбрана глубина скругления a , равная разности между координатами самых “высоких” точек моделируемого аксиона и идеального конического. Форма верхушки для различных значений a в случаях I и II показана на рис. 14. С использованием методов Фурье-оптики рассчитаны поперечные распределения в БСП для различных значений a и z , а также ФСБСП при различных a для обоих видов скругления верхушки аксиона. Характерные распределения интенсивности в БСП для случаев I и II приведены на рис. 15. При достаточно большом числе видимых колец наблюдается периодическая поперечная модуляция распределения интенсивности. При фиксированном значении a эта модуляция более выражена в случае I.

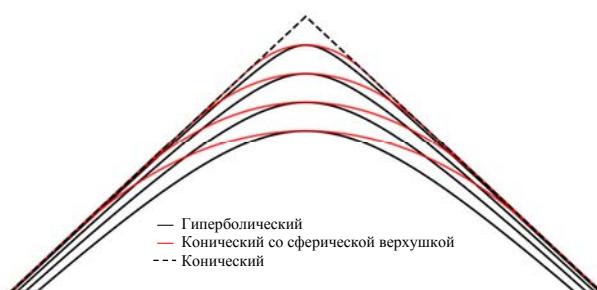


Рис. 14. Осевое сечение аксиона при различных глубинах скругления a для конического аксиона со сферической верхушкой и гиперболического аксиона

Поскольку коэффициенты круглости k_k и постоянства k_p выражают разброс параметров радиальных распределений в БСП вдоль различных азимутальных направлений, в силу симметрии задачи их значения для аксикона со скругленной верхушкой близки к единице. Поэтому для оценки отличия наблюдаемого БСП от идеального следует использовать параметр $\langle R^2 \rangle$, который в среднем характеризует степень соответствия наблюдаемого распределения интенсивности идеальному. Соответствующая зависимость для случая I приведена на рис. 16, *a*. Выбросы соответствуют положениям в пространстве, в которых БСП испытывает наиболее сильную модуляцию в поперечном распределении интенсивности, которая приводит к выравниванию по интенсивности осевого и приосевых максимумов. Пример такого распределения для $a = 1.5 \cdot 10^{-5}$ и $z = 8.5$ мм приведен на рис. 15, *a, б*.

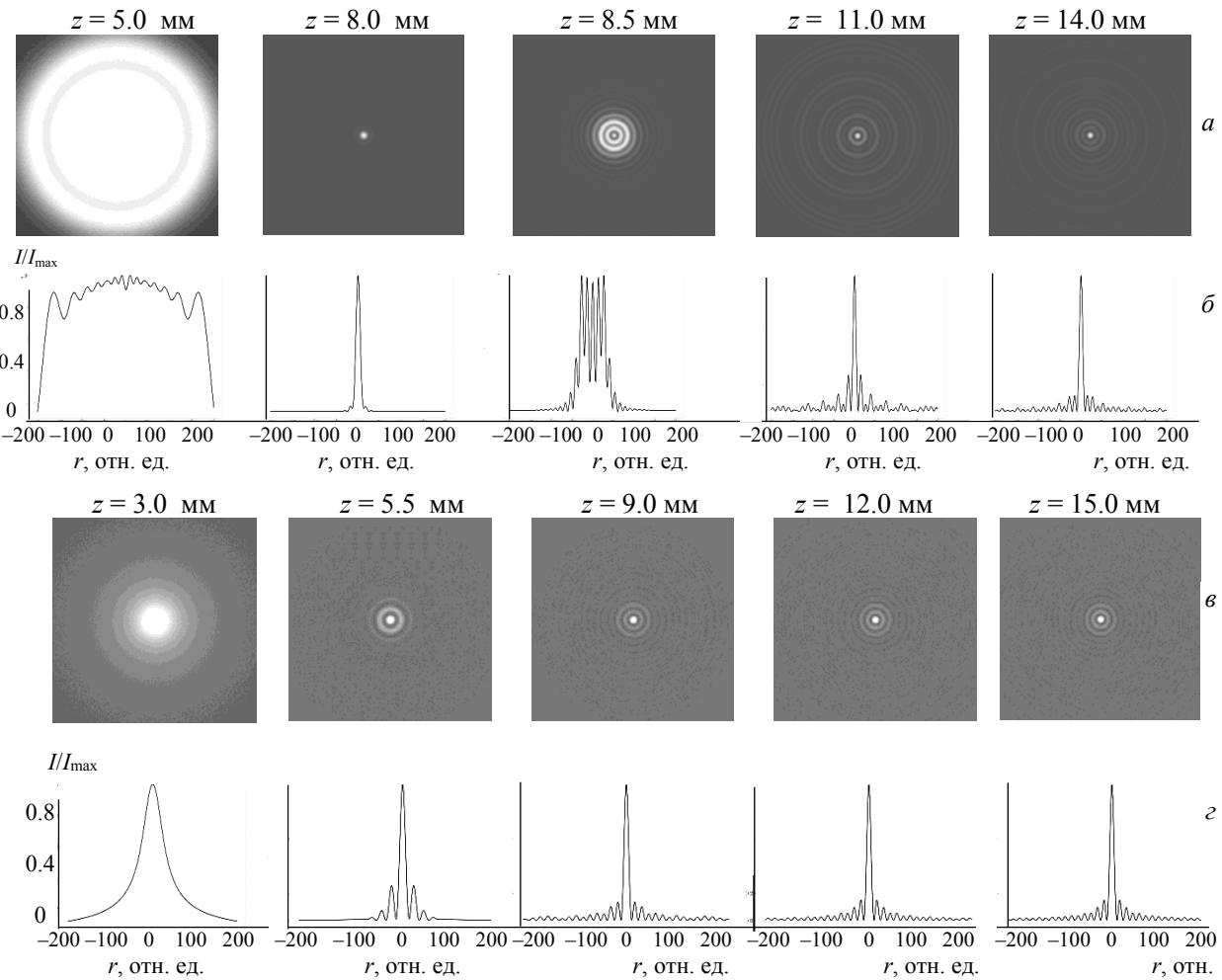


Рис. 15. Поперечные (*a, в*) и диаметральные (*б, г*) распределения интенсивности в БСП, формируемом коническим аксиконом со скругленной верхушкой (*а, б*) и гиперболическим аксиконом (*в, г*) с $a = 1.5 \cdot 10^{-5}$ м для различных значений z

Таким образом, с увеличением скругления аксикона a начало области существования БСП отделяется от аксикона, при этом на начальном этапе значительная модуляция в поперечном распределении интенсивности приводит к быстрому чередованию областей, в которых БСП достаточно хорошо описывается квадратом функции Бесселя, и областей, где интенсивности приосевых и осевого максимумов становятся сравнимы и распределение плохо описывается квадратом функции Бесселя.

Аналогичные зависимости построены для гиперболического аксикона (рис. 16, *б*). Видно, что в этом случае начало области существования БСП также отделяется от аксикона с ростом a , а возникающие при этом модуляции в поперечном распределении интенсивности приводят к периодическим перепадам $\langle R^2 \rangle$, однако не наблюдается такого существенного снижения качества в отдельных плоскостях, как в случае аксикона со сферической верхушкой.

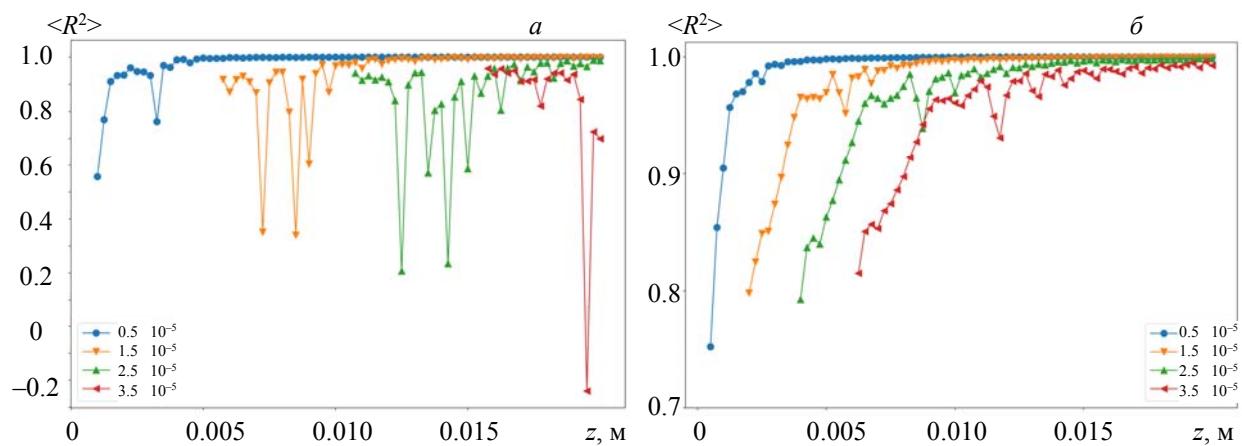


Рис. 16. Зависимости среднего значения скорректированного коэффициента детерминации $\langle R^2 \rangle$ от продольной координаты для конического аксиона со сферической верхушкой (а) и гиперболического аксиона (б) для различных значений a

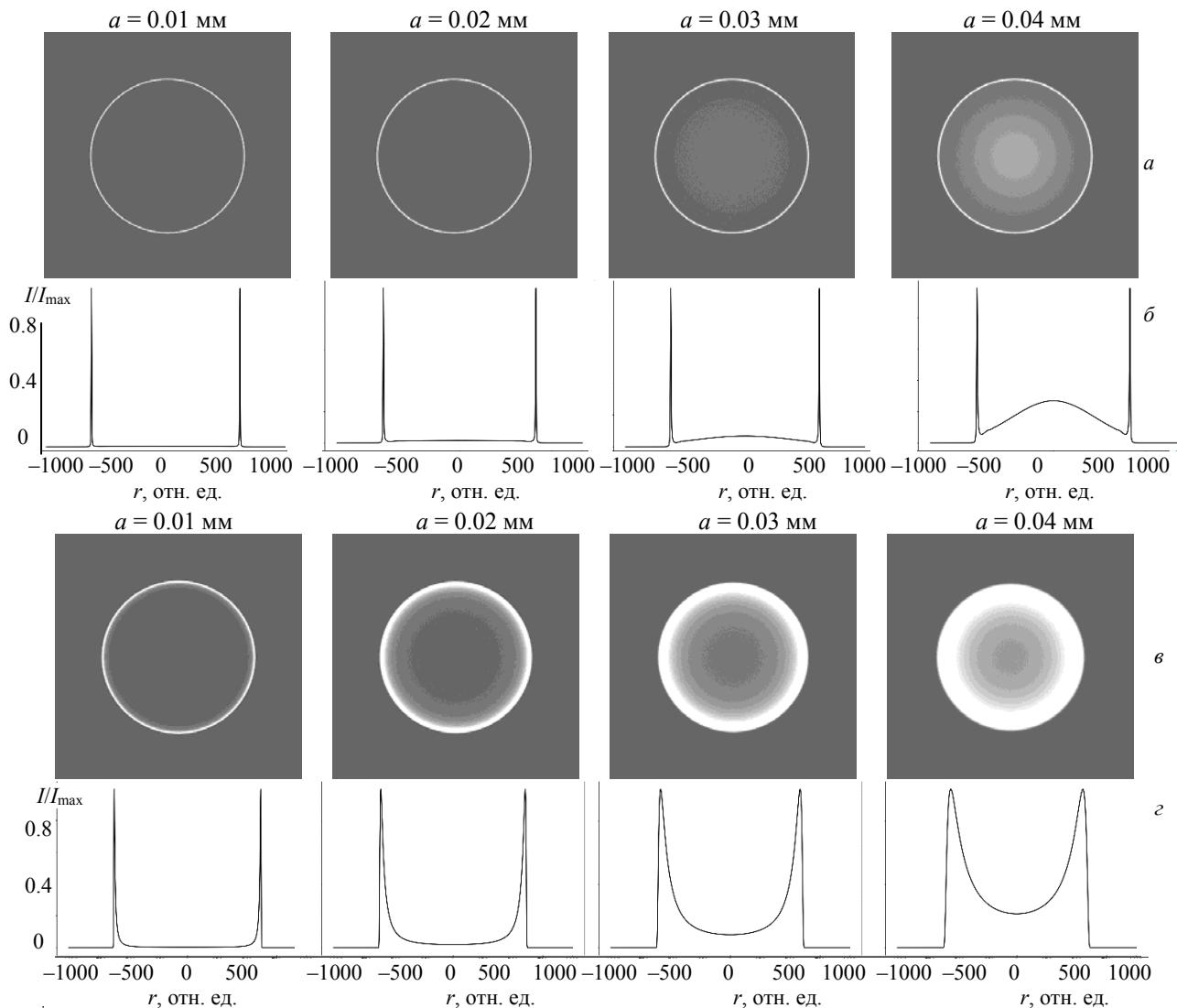


Рис. 17. Поперечные (а, в) и диаметральные (б, г) распределения интенсивности в ФСБСП, формируемом коническим аксионом со сферической верхушкой (а, б) и гиперболическим аксионом (в, г) для различных значений a

Исследованы также изменения в структуре ФСБСП, возникающие при варьировании скругления a . На рис. 17 показаны характерные поперечные и диаметральные распределения интенсивности в ФСБСП. В случае аксиона со сферической верхушкой при увеличении a в ФСБСП возрастает приосевая компонента, формируемая окружным участком поверхности аксиона, причем эта компонента отделяется от конической. В случае гиперболического аксиона явно выделяемая приосевая компонента отсутствует, а рост a приводит к увеличению ширины конической компоненты в направлении низких пространственных частот. Это можно объяснить тем, что в формировании ФСБСП участвует вся поверхность аксиона, а не только его центральная область.

Для того чтобы охарактеризовать качество ФСБСП, введенных ранее параметров качества ФСБСП недостаточно, поскольку пучок обладает круговой симметрией. Для оценки такого спектра предлагаем ввести величину $\eta = P_{\text{ring}}/P_{\text{total}}$, характеризующую отношение энергии пучка в конической компоненте спектра P_{ring} к полной энергии пучка P_{total} . Для ее расчета используются параметры главной компоненты радиального распределения в спектре w_s и r_s , получаемые по процедуре, описанной выше. На основе значений w_s и r_s формируется, вообще говоря, несимметричное кольцо, описываемое при заданном φ неравенством для r вида $r_s - 3\sqrt{2}w_s \leq r \leq r_s + 3\sqrt{2}w_s$. Число $3\sqrt{2}$ выбрано, исходя из того, что в интервале $\mu \pm 3\sigma$ для гауссова распределения содержится 99.73 % полной площади под кривой распределения. Для промежуточных между проведенными лучами значений φ используется интерполяция границы кольца линейной спиралью. Далее рассчитывается суммарная энергия P_{ring} , заключенная в этом кольце, как сумма значений пикселей, значение r для которых удовлетворяет приведенному выше нестрогому неравенству. Затем она делится на полную энергию пучка P_{total} , рассчитанную как сумма значений всех пикселей. Примеры колец, энергия в которых принимается как энергия конической части пучка, для различных случаев приведены на рис. 18.

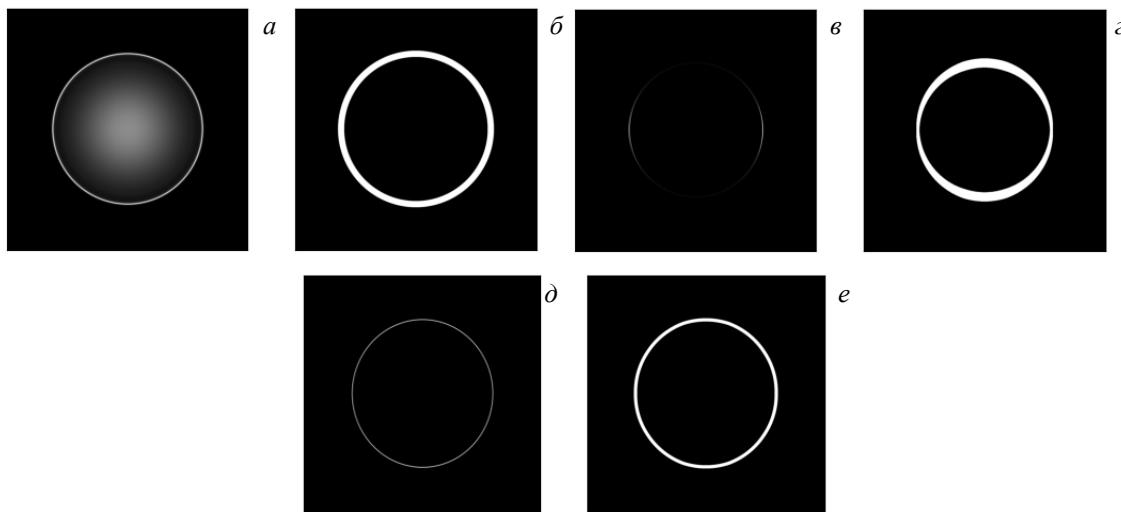


Рис. 18. Виды поперечных распределений в ФСБСП (*а, в, д*) и соответствующие области для расчета энергии в конической компоненте пучка, изображенные в виде бинарной маски (*б, г, е*), для случаев аксиона со сферической верхушкой (*а, б*), эллиптического падающего пучка (*в, г*) и эллиптического аксиона (*д, е*)

Зависимость η от a для случая I (рис. 19, *a*) убывает с ростом a по закону $\exp(-a^2)$. Это объясняется тем, что с ростом a радиус сферического участка аксиона R линейно возрастает, а следовательно, энергия в конической компоненте уменьшается, являясь интегралом от $2\pi r \exp(-r^2/w^2)dr$ в пределах от R до ∞ , равным $w^2 \pi \exp(-R^2/w^2)$. Для случая II аналогичная зависимость приведена на рис. 19, *б*. Рост η при больших a в этом случае объясняется тем, что ширина конической компоненты возрастает настолько, что кольцо, по которому считается энергия конической компоненты P_{ring} , вырождается в круг. Это наблюдение подтверждается приведенной на рис. 19, *г* зависимостью средней полуширины $\langle w \rangle$ конической компоненты спектра от a . Таким образом, в случае гиперболического аксиона применять параметр η следует с осторожностью, поскольку при больших скруглениях аксиона a он теряет смысл, так как всю энергию пучка можно рассматривать как энергию конической компоненты.

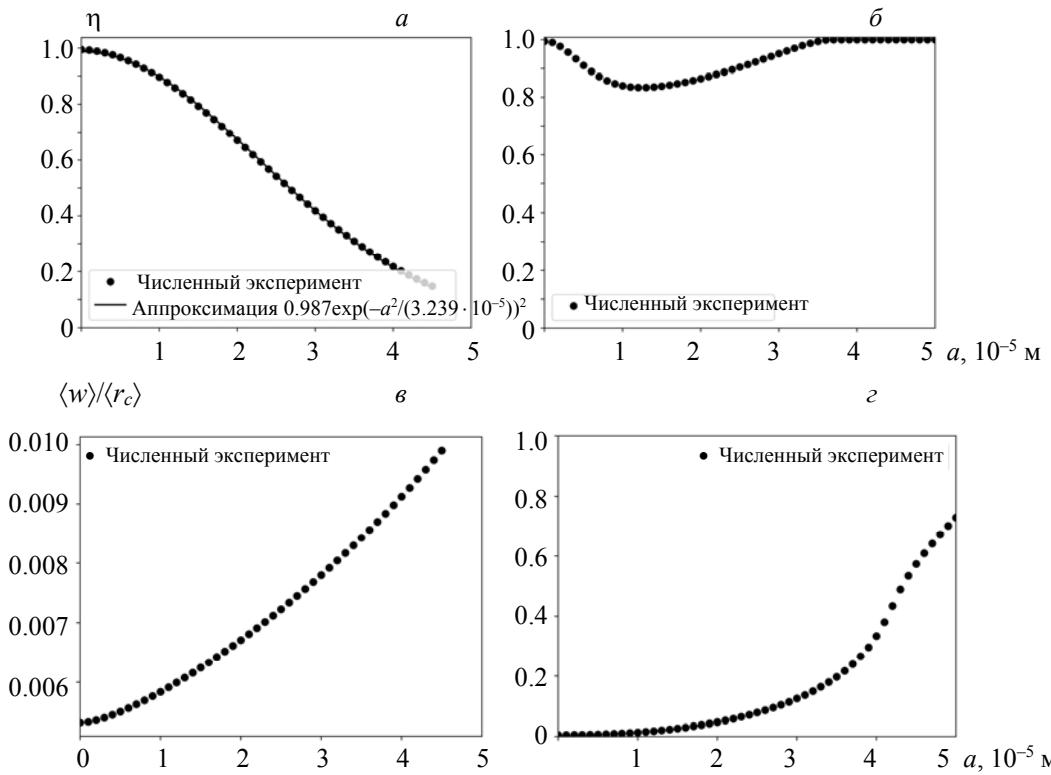


Рис. 19. Зависимости эффективности преобразования (η) в коническую компоненту спектра (a, δ) и средней полуширины конической компоненты $\langle w \rangle / \langle r_c \rangle$ (c, ε) от скругления аксиона a для аксионов I (a, δ) и II (ε, ε)

Наличие у аксиона скругленной верхушки приводит к появлению в распределении интенсивности периодической поперечной и продольной модуляции, которая находит выражение в осциллирующей зависимости среднего коэффициента детерминации $\langle R^2 \rangle$ от продольной координаты z , при этом в случае конического аксиона со сферической верхушкой провалы $\langle R^2 \rangle$ в начальной области формирования БСП могут быть весьма значительными (вплоть до $\langle R^2 \rangle < 0$), а вид поперечного распределения интенсивности пучка может очень быстро изменяться с ростом продольной координаты. В случае гиперболического аксиона осцилляции $\langle R^2 \rangle$ также присутствуют, но менее выражены при тех же параметрах скругленной верхушки аксиона a . Общим результатом является отдаление продольной координаты начала области существования БСП от аксиона с ростом a . Изменения в структуре ФСБСП при наличии скругленной верхушки выражаются в случае сферической верхушки в появлении в спектре отдельной компоненты, формируемой сферической частью аксиона, энергия конической компоненты пучка при этом падает с ростом скругления a по закону вида $\exp(-a^2)$. В случае гиперболического аксиона с увеличением скругления a отдельную компоненту спектра, возникающую в силу скругления верхушки, выделить невозможно, а увеличение a приводит к расширению конической компоненты спектра пучка в область низких пространственных частот.

Для оценки доли конической компоненты в общей энергии пучка η предложена вычислительная процедура, апробированная на примере пучка со сферической верхушкой. В случае гиперболического аксиона η следует интерпретировать с осторожностью, поскольку при больших значениях средней полуширины конической компоненты спектра $\langle w_s \rangle$ (при $\langle w_s \rangle \sim \langle r_s \rangle$) кольцо, по которому рассчитывается энергия конической компоненты P_{ring} , вырождается в круг.

Заключение. С использованием численного моделирования, основанного на методах Фурье-оптики, рассмотрено влияние трех факторов на структуру и качество бесселевых световых пучков и ФСБСП, формируемых в схеме с аксионом: эллиптичности падающего гауссова пучка, эллиптичности и скругления верхушки аксиона. Введены параметры качества ФСБСП k_{ls} , k_{ws} , k_{rs} , характеризующие разброс интенсивности, полуширины и среднего значения пространственной частоты кони-

ческой компоненты ФСБСП, а также параметр η , определяющий отношение энергии в конической компоненте к полной энергии пучка.

Показано, что эллиптичность гауссова пучка, падающего на аксион, приводит к укорочению длины области существования бесселевых световых пучков, а с ростом продольной координаты уменьшаются все параметры качества, при этом наиболее быстро падает коэффициент постоянства k_n . С ростом эксцентриситета полуширин гауссова пучка ε_b падают параметры качества ФСБСП k_{ls} , k_{ws} , поскольку основная компонента Фурье-спектра с ростом эллиптичности уширяется и уменьшается в яркости в направлении, соответствующем малой оси эллипса полуширин гауссова пучка. Отмечено, что с ростом ε_b наиболее быстро уменьшается k_{ls} .

Эллиптичность аксиона влияет на все параметры качества бесселевых световых пучков, наиболее явно при этом с ростом эксцентриситета аксиона ε_a падает коэффициент постоянства k_n и среднее значение R^2 , что обусловлено осцилляциями в приосевом кольце пучка. Вид ФСБСП с ростом ε_a также изменяется от кругового к эллиптическому, из-за этого уменьшается коэффициент постоянства частоты спектра конической компоненты k_{rs} и наблюдается перераспределение энергии в спектре, что влияет на коэффициент постоянства интенсивности конической компоненты k_{ls} . Ширина конической компоненты мало изменяется вдоль азимутальной координаты, поэтому ε_a очень слабо влияет на k_{ws} . Рассмотрен более общий случай, когда в аксионе присутствует азимутальная модуляция угла конусности с числом осцилляций N , укладываемых в полный круг, большим, чем для эллиптического аксиона. Показано, что число минимумов интенсивности, наблюдавшихся в приосевом кольце при малой амплитуде модуляции угла при основании аксиона B (≤ 0.05) в случае нечетного N равно N , в случае четного — $2N$. При $B > 0.05$ в случае как четного, так и нечетного N число минимумов в приосевом кольце пучка равно $2N$.

На примере двух типов аксионов со скругленной верхушкой — конического со сферической верхушкой (I) и гиперболического (II) — показано, что увеличение скругления верхушки аксиона a приводит к отдалению начала зоны существования бесселевых световых пучков, при этом на начальном этапе формирования пучка наблюдаются значительные осцилляции $\langle R^2 \rangle$ в силу наличия попечной модуляции интенсивности в пучке. Наиболее явно эти осцилляции проявляются в случае I. В силу симметрии задачи на другие параметры качества бесселевых световых пучков наличие скругленной верхушки не влияет. Со стороны ФСБСП в силу симметрии коэффициенты k_{ls} , k_{ws} , k_{rs} также не подвержены влиянию со стороны изменения a . Скругление верхушки аксиона в случае I приводит к формированию отдельной неконической компоненты в спектре, а в случае II — к уширению конической компоненты спектра в направлении низких пространственных частот. При этом в случае I в ФСБСП выявляется зависимость вводимого коэффициента преобразования энергии в коническую компоненту η от a , подчиняющаяся закономерности вида $\exp(-a^2)$. В случае гиперболического аксиона отдельную коническую компоненту выделить невозможно, поэтому коэффициент η при больших a непригоден для дальнейшего анализа.

Полученные результаты могут быть использованы для формирования специальных световых полей с заданным порядком осевой симметрии, а также для оценки качества изготовления аксионов (глубины и вида скругления верхушки, наличия периодической зависимости угла при основании конуса от азимутальной координаты) и эллиптичности падающего на аксион пучка на основе анализа формируемых ими бесселевых световых пучков и ФСБСП.

Работа выполнена в рамках задания 1.1 “Разработка методов и устройств диагностики материалов, процессов и изделий в оптическом и терагерцовом диапазонах спектра и их применение для оптической связи, микроскопии и определения характеристик различных объектов” (№ гос. рег. 20210300 от 23.03.2021) ГПНИ “Фотоника и электроника для инноваций” (2021—2025 гг.).

- [1] G. Indebetouw. J. Opt. Soc. Am. A, **6**, N 1 (1989) 150, doi: 10.1364/JOSAA.6.000150
- [2] A. A. Ryzhevich, N. S. Kazak, N. A. Khilo, A. N. Khilo. Proc. SPIE, Pultusk, Poland, 5—9 June 2000, **4517** (2000) 16—21
- [3] А. А. Рыжевич, И. В. Балыкин, Т. А. Железнякова. Журн. прикл. спектр., **85**, № 1 (2018) 144—153 [A. A. Ryzhevich, I. V. Balykin, T. A. Zheleznyakova. J. Appl. Spectr., **85** (2018) 134—142]
- [4] S. Akturk, B. Zhou, B. Pasquiou, M. Franco, A. Mysyrowicz. Opt. Commun., **281**, N 17 (2008) 4240—4244, doi: 10.1016/j.optcom.2008.05.027

- [5] **O. Brzobohatý, T. Cižmár, P. Zemánek.** Opt. Express, **16**, N 17 (2008) 12688, doi: 10.1364/OE.16.012688
- [6] **С. Н. Курякина, Р. Ё. А. А. Алблооши, П. И. Ропот, А. М. Варанецкий.** Журн. Бел. гос. ун-та. Физика (англ.), **2** (2023) 14—21, doi: 10.33581/2520-2243-2023-2-14-21
- [7] **J. Dudutis, R. Stonys, G. Račiukaitis, P. Gečys.** Opt. Express, **26**, N 3 (2018) 3627—3637, doi: 10.1364/OE.26.003627
- [8] **J. Dudutis, P. Gečys, G. Račiukaitis.** Opt. Express, **24**, N 25 (2016) 28433, doi: 10.1364/OE.24.028433
- [9] **J. Dudutis, R. Stonys, G. Račiukaitis, P. Gečys.** Opt. Laser Tech., **111** (2019) 331—337, doi: 10.1016/j.optlastec.2018.10.007
- [10] **F. Wu.** Opt. Eng., **47**, N 8 (2008) 083401, doi: 10.1117/1.2967867
- [11] **P. Wu, C. Sui, W. Huang.** Photon. Res., **2**, N 3 (2014) 82, doi: 10.1364/prj.2.000082
- [12] **B. Dépret, P. Verkerk, D. Hennequin.** Opt. Commun., **211**, N 1 (2002) 31—38, doi: 10.1016/S0030-4018(02)01900-4
- [13] **V. Yu. Mylnikov, G. S. Sokolovskii.** Optik, **268** (2022) 169797, doi: 10.1016/j.ijleo.2022.169797
- [14] **А. А. Рыжевич, И. В. Балыкин, Т. А. Железнякова.** Журн. прикл. спектр., **88**, № 5 (2021) 792—806 [A. A. Ryzhevich, I. V. Balykin, T. A. Zheleznyakova. J. Appl. Spectr., **88** (2021) 1020—1034]
- [15] **Дж. Гудмен.** Введение в Фурье-оптику, Москва, Мир (1970)
- [16] **M. J. Townson, O. J. D. Farley, G. Orban de Xivry, J. Osborn, A. P. Reeves.** Opt. Express, **27** (2019) 31316—31329