

АЛГОРИТМЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ИНФОРМАЦИИ В ЭХО-ГОЛОГРАФИИ

Г. И. Гарнаева*, Л. А. Нефедьев, Э. И. Хакимзянова

УДК 535.2+535.317.1

Казанский (Приволжский) федеральный университет,
420008, Казань, ул. Кремлевская, 16а, Россия;
e-mail: nefediev@yandex.ru, guzka-1@yandex.ru, elzahakim@yandex.ru

(Поступила 20 ноября 2017)

Рассмотрена фильтрация оптических сигналов и преобразование информации с использованием стимулированной эхо-голографии в случае, когда ее возбуждение происходит с помощью объектного лазерного импульса, несущего информацию, и импульса, выполняющего роль частотного фильтра. Показано, что форма отклика стимулированной эхо-голограммы зависит от длительности, амплитуды, площади и временной структуры возбуждающих импульсов, что может быть использовано для осуществления логических операций с сигналами.

Ключевые слова: эхо-голограмма, запись информации, объектный лазерный импульс, временная форма отклика, частотный фильтр.

The filtration of optical signals and the transformation of information using stimulated echo-holography in the case when its excitation occurs with the use of an object laser pulse carrying information and a pulse that acts as a frequency filter are considered. It is shown that the temporal form of the signal of the stimulated echo-hologram depends on the duration, amplitude, and area and time structure of the exciting pulses.

Keywords: echo-hologram, information recording, object laser pulse, temporal form of response, frequency filter.

Введение. Оптическая обработка информации представляет собой один из трех известных и применяемых в настоящее время методов обработки сигналов — аналоговый, цифровой и оптический. Наибольший прогресс в области оптической обработки сигналов начался в 60-е гг. с изобретением лазеров. С момента их появления специалистов привлекают весьма высокие возможности по производительности и быстродействию обработки (особенно многоканальной), очень простая конструкция при выполнении достаточно сложных операций. Однако реальные параметры устройств оптической обработки сигналов еще далеки от теоретических пределов. Этот разрыв в большой степени объясняется несовершенством устройств ввода сигналов в оптический процессор — пространственно-временных модуляторов света. Существенный недостаток устройств оптической обработки сигналов заключается в их узкой специфичности и отсутствии существенных достижений в создании универсальных или хотя бы перестраиваемых устройств. Таким образом, все три вида устройств обработки сигналов в настоящее время взаимно дополняют друг друга, причем оптические — это высокопроизводительные специализированные устройства, выполняющие большое количество достаточно сложных однотипных операций.

В основе оптических методов обработки информации лежат явления преобразования пространственно-модулированных оптических сигналов в оптических устройствах и системах на принципах как геометрической, так и волновой оптики. Обработка информации означает преобразование, анализ и синтез многомерных функций, описывающих свойства и состояние объектов материального мира. Оптическая обработка информации осуществляется в оптическом процессоре — аналоговом оптическом или оптоэлектронном устройстве, определенным образом изменяющем амплитуду и фазу пространственно-модулированного оптического сигнала, содержащего информацию об объекте.

ALGORITHMS OF INFORMATION TRANSFORMATION IN ECHO-HOLOGRAPHY

G. I. Garnaeva*, L. A. Nefediev, E. I. Khakimzyanova (Kazan Federal University, 16a Kremlyovskaya Str., Kazan, 420008, Russia; e-mail: nefediev@yandex.ru, guzka-1@yandex.ru, elzahakim@yandex.ru)

Основные достоинства систем оптической обработки информации: большая информационная емкость, многоканальность (большое число параллельно обрабатываемых каналов), высокое быстродействие, многофункциональность (интегральные преобразования Фурье, Френеля, Гильберта и др., вычисление двумерных сверток, корреляции и др.). Оптические системы обработки информации подразделяются на системы с применением некогерентных и когерентных (лазеры) источников света. Наибольшую популярность в последние годы приобрели когерентные оптические методы обработки информации. Области практического использования систем оптической обработки информации: мобильные системы распознавания и обработки изображений, бортовые системы ориентации и наведения в военной технике, устройства выделения слабых сигналов на фоне пассивных и активных помех, радиолокационные станции с синтезированной апертурой, высокопроизводительные вычислительные машины, метрология, робототехника, неразрушающий контроль.

Особый интерес представляет фотонный эхо-процессор (ФЭП), который относится к классу многофункциональных аналоговых устройств. Благодаря наличию управляющих сигналов его импульсную характеристику можно программировать в реальном масштабе времени и получать различные виды обработки — от простого запоминания до интегральных преобразований. При этом, как и оптический процессор, ФЭП может работать во временной, пространственной и пространственно-временной области, осуществляя когерентную или некогерентную обработку информации [1]. Таким образом, ФЭП потенциально предоставляет довольно богатый инструментарий для обработки сигналов и изображений как аналоговыми, так и цифровыми методами, позволяя одновременно комбинировать их в одном устройстве.

Узким местом ФЭП считалась проблема перезаписи данных: новую запись можно проводить после установления термического равновесия ($\sim 3T_1$), определяемого временем продольной релаксации T_1 , т. е. когда будет стерта информация о предыдущем цикле работы ФЭП. С этой точки зрения время T_1 желательно выбирать достаточно малым. Однако T_1 определяет время хранения информации и поэтому должно быть достаточно велико.

Известным к настоящему времени методом стирания информации является метод Элмана [2], представляющий собой развитие предложенного Н. Н. Ахмедиевым [3] способа. Он состоит в облучении образца считанным из него же кодом, фаза и амплитуда которого подобраны так, чтобы результирующий сигнал был нулевым. Метод не зависит от долговременной фазовой и частотной аппаратурной нестабильности. Второе ценное его свойство — последующее стирание уничтожает остатки предыдущего.

В работах [4—7] показано, что перспективно не стирание, а запираение информации с использованием внешних пространственно неоднородных электромагнитных полей. Формирование откликов фотонного эха состоит из двух основных этапов: расфазирования осциллирующих дипольных моментов оптических центров и последующего их сфазирования, приводящего к возникновению макроскопической поляризации среды, наблюдаемой в виде когерентного отклика. Поэтому даже небольшое нарушение частотно-временной корреляции неоднородного уширения резонансной линии должно приводить к значительному ослаблению интенсивности отклика. Этого эффекта можно достичь путем воздействия на резонансную среду на разных временных интервалах пространственно неоднородными внешними возмущениями, приводящими к случайным сдвигам или расщеплениям исходных монохромат неоднородно уширенной линии. В качестве таких возмущений может быть выбрано воздействие на резонансную среду пространственно неоднородного электрического поля (линейный или квадратичный эффект Штарка), стоячей электромагнитной волны или бегущей электромагнитной волны с искусственно созданной пространственной неоднородностью (динамический эффект Штарка). Таким образом, каждый цикл работы ФЭП может осуществляться независимо за счет воздействия на систему разных пространственно неоднородных электромагнитных полей.

При оптической обработке информации с помощью ФЭП, заложенной во временную форму объектных лазерных импульсов, возможно использование сигнала стимулированного фотонного эха (СФЭ) [8]. В случае СФЭ в твердом теле, как правило, объектным является второй возбуждающий импульс. Первый и третий возбуждающие импульсы должны быть интенсивными, а объектный импульс — слабым, так чтобы синус от его “площади” был примерно равен самой “площади”. В этом случае временная форма сигнала СФЭ повторяет форму объектного лазерного импульса [9]. В оптике впервые этот эффект, названный эффектом корреляции временной формы эхо-сигналов, обнаружен в работе [10]. В настоящее время он исследован в ряде резонансных сред [11, 12], в том числе в газах [13, 14]. Заданная временная форма объектного импульса может быть получена разными способами,

что приводит к различным частотным спектрам импульсов [15]. В работе [16] проведен анализ операций с использованием стимулированных эхо-голограмм (СЭГ), при которых осуществляется управление задержкой сигналов, их запоминание, реализуются корреляции и свертки, обеспечивающие работу управляемых согласованных фильтров и получение взаимно- и автокорреляционных функций сигналов. Рассмотрены общий алгоритм преобразования оптических сигналов и возможность выполнения преобразования Фурье в условиях, когда в качестве третьего импульса используется когерентный сигнал с линейной частотной модуляцией.

В данной работе рассмотрена обработка информации, заложенной в два возбуждающих лазерных импульса, один из которых является объектным, а другой выполняет роль частотного фильтра. Преимущество такого подхода — возможность быстрой замены частотного фильтра, не связанной с устройствами модуляции сигналов, что может значительно ускорить работу ФЭП. Кроме того, в частотной области возможно осуществление логических операций с сигналами и создание эхо-голографического процессора.

Основные уравнения. Для отыскания оператора эволюции системы при ее возбуждении резонансным лазерным импульсом длительностью Δt_η используем метод хронологического упорядочивания. Пренебрегая процессами релаксации во время действия лазерных импульсов, для волновой функции запишем уравнение Шредингера

$$i\hbar(\partial\psi/\partial t) = (H_0 + V_\eta(\mathbf{r}, t)), \quad (1)$$

где H_0 — гамильтониан; $V_\eta(\mathbf{r}, t)$ — оператор взаимодействия η -го лазерного импульса с квантовой системой. Переходя во вращающуюся систему координат с помощью преобразования

$$\tilde{\psi} = e^{iAt}\psi, \quad (2)$$

получаем

$$\partial\tilde{\psi} / \partial t = -(i/\hbar)B_\eta(t)\tilde{\psi}, \quad (3)$$

где $B_\eta(t) = \tilde{H}_0 - \hbar A + \tilde{V}(t)$, $\tilde{H}_0 = e^{iAt}H_0e^{-iAt}$, $\tilde{V}_\eta = e^{iAt}V_\eta e^{-iAt}$.

Представим $\tilde{\psi}$ в виде $\tilde{\psi}(t) = U(t)\psi(0)$, где оператор эволюции $U(t)$ удовлетворяет уравнению

$$dU/dt = -(i/\hbar)B_\eta(t)U = -(i/\hbar)(B_\eta' + B_\eta'')U \quad (4)$$

с начальным условием $U(0) = I$, $B_\eta' = \tilde{H}_0 - \hbar A$, $B_\eta'' = \tilde{V}_\eta(t)$, I — единичная матрица. Решение уравнения (4) представим в виде

$$U = U_1(B_\eta')U_2(B_\eta''). \quad (5)$$

Подставляя (5) в (4), получаем

$$dU_1/dt = -(i/\hbar)B_\eta'U_1, \quad (6)$$

$$dU_2/dt = -(i/\hbar)U_1^{-1}B_\eta''U_1U_2 = QU_2, \quad (7)$$

где $Q = -(i/\hbar)U_1^{-1}B_\eta''U_1$.

Решение уравнения (6) имеет вид $U_1 = \exp\{-(i/\hbar)B_\eta't\}$, а решение уравнения (7) можно формально записать в виде

$$U_2 = T \exp \left\{ -\frac{i}{\hbar} \int_{t_\eta - \Delta t_\eta/2}^{t_\eta + \Delta t_\eta/2} U_1^{-1} B_\eta'' U_1 dt \right\}, \quad (8)$$

где T — хронологический оператор Дайсона. Используя процедуру хронологического упорядочивания, получаем [17]

$$\begin{aligned} U_2 &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \int_{t_\eta - \Delta t_\eta/2}^{t_\eta + \Delta t_\eta/2} dt_1 \int_{t_\eta - \Delta t_\eta/2}^{t_\eta + \Delta t_\eta/2} dt_2 \dots \int_{t_\eta - \Delta t_\eta/2}^{t_\eta + \Delta t_\eta/2} dt_n T Q(t_1) Q(t_2) \dots Q(t_n) = \\ &= I + \int_{t_\eta - \Delta t_\eta/2}^{t_\eta + \Delta t_\eta/2} Q(t_1) dt_1 + \frac{1}{2!} \int_{t_\eta - \Delta t_\eta/2}^{t_\eta + \Delta t_\eta/2} Q(t_1) dt_1 \int_{t_\eta - \Delta t_\eta/2}^{t_\eta + \Delta t_\eta/2} Q(t_2) dt_2 + \dots \end{aligned} \quad (9)$$

В ряде случаев оказывается возможным просуммировать этот ряд и получить приближенное решение задачи. Зная оператор эволюции, можно найти матрицу плотности после воздействия лазерного импульса

$$\rho(t) = U(t)\rho(0)U^\dagger(t). \quad (10)$$

Рассмотрим взаимодействие двухуровневой системы с η -м резонансным лазерным импульсом, напряженность электрического поля которого описывается выражением

$$E_{\eta} = E_0^{(\eta)} \varepsilon^{(\eta)}(\mathbf{r}, t) \cos(\omega t - \mathbf{k}_{\eta} \mathbf{r}), \quad (11)$$

где ω — несущая частота; $E_0^{(\eta)}$ — амплитуда напряженности электрического поля импульса; \mathbf{k}_{η} — волновой вектор; $\varepsilon^{(\eta)}$ — параметр, определяющий пространственно-временную неоднородность поля импульса. В случае, если информация заложена во временную форму возбуждающего лазерного импульса:

$$B_{\eta}' = P_{22} \Delta, \quad B_{\eta}'' = P_{12} \alpha_{\eta} + P_{21} \alpha_{\eta}^*, \quad \alpha_{\eta} = -d_{12} (E_0^{(\eta)} / 2) \varepsilon^{(\eta)} \exp(-i \mathbf{k}_{\eta} \mathbf{r}) = A^{(\eta)} S^{(\eta)}, \quad \Delta = \hbar(\Omega - \omega),$$

$$S^{(\eta)} = \varepsilon^{(\eta)}(t) e^{-i \mathbf{k}_{\eta} \mathbf{r}}, \quad \tilde{S}^{(\eta)}(\Delta) = \int_{t_{\eta} - \Delta t_{\eta}/2}^{t_{\eta} + \Delta t_{\eta}/2} S^{(\eta)}(t) e^{-\frac{i}{\hbar} \Delta t} dt,$$

где P_{ij} — проективные матрицы (ij -элемент равен единице, остальные — нулю); $\tilde{S}^{(\eta)}(\Delta)$ — спектр огибающей η -го импульса; Ω — частота перехода.

Решение уравнения (6) в данном случае:

$$U_1 = \exp\{-(i/\hbar) B_{\eta}' U_1(0)\} = P_{11} + P_{22} \exp\{-(i/\hbar) \Delta t\}. \quad (12)$$

Отсюда

$$Q = -(i/\hbar) U_1^{-1} B'' U_1 = P_{12} \alpha \exp\{-(i/\hbar) \Delta t\} + P_{21} \alpha \exp\{-(i/\hbar) \Delta t\}. \quad (13)$$

Вычисляя члены разложения (9) и суммируя все получаемые матрицы, для матричных элементов оператора эволюции $U = U_1 U_2$ запишем

$$U_{11} = \cos \theta, \quad U_{12} = i(A \tilde{S}(\Delta) / \sqrt{\Phi}) \sin \theta, \quad U_{21} = i \exp\left(-i \frac{\Delta}{\hbar} t\right) \frac{A^* \tilde{S}^*(\Delta)}{\sqrt{\Phi}} \sin \theta,$$

$$U_{22} = i \exp\left(-i \frac{\Delta}{\hbar} t\right) \left(1 - 2 \frac{|A|^2 |\tilde{S}(\Delta)|^2}{\Phi} \sin^2 \frac{\theta}{2}\right), \quad \text{где } \theta = \sqrt{\Phi} / \hbar, \quad \Phi = |A|^2 |\tilde{S}(\Delta)|^2.$$

Зная матрицу оператора эволюции, можно найти матрицу плотности системы после воздействия η -го импульса:

$$\rho(t_{\eta} + \Delta t_{\eta}) = \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} \rho_{\alpha\beta}(t_{\eta}) p_{\gamma\delta\alpha\beta} P, \quad (14)$$

где $p_{\gamma\delta\alpha\beta} = U_{\gamma\alpha}^{-1} U_{\beta\delta}$.

В промежутках между импульсами эволюцию матрицы плотности опишем кинетическими уравнениями вида

$$d\rho_{nm}/dt = \sum_{n'} (K_{n'n} \rho_{n'n} - K_{nn'} \rho_{nn'}), \quad \sum_n \rho_{nn} = 1, \quad d\rho_{nn'}/dt = -i\Omega_{nn'} - 1/\xi_{nn'}, \quad (15)$$

где $K_{nn'}$ и $\xi_{nn'}$ — релаксационные коэффициенты диагональной и недиагональной частей матрицы плотности; $\Omega_{nn'}$ — частота перехода между уровнями n и n' .

При формировании долгоживущего СФЭ (в системе имеется метастабильный уровень) время релаксации населенностей намного больше времени релаксации когерентности системы. Поэтому далее учитываем только коэффициенты $\xi_{nn'}$. Соответственно, для недиагональной части матрицы плотности во вращающейся системе координат после воздействия η -го импульса

$$\rho_{12}^{(\eta)} = \exp\left(\frac{i}{\hbar} t_{\eta} \Delta - \frac{t_{\eta}}{\xi_{12}}\right) \rho_{12}^{(0)}. \quad (16)$$

Напряженность электрического поля отклика после воздействия лазерных импульсов

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t') = (\hbar c^2 R_0)^{-1} \sum_j g(\Delta) d\Delta \langle \ddot{\mathbf{d}}_j(\Delta, t') \rangle \times \mathbf{n} \times \mathbf{n}, \quad (17)$$

где \mathbf{n} — единичный вектор в направлении распространения излучения; $g(\Delta)$ — функция распределения частот неоднородно уширенной линии резонансного перехода; $t' = t - \mathbf{R}_0 \mathbf{n} / c + \mathbf{r}_j \mathbf{n} / c$; \mathbf{R}_0 — радиус-вектор точки наблюдения; $\ddot{\mathbf{d}}_j(\Delta, t')$ — вторая производная по времени дипольного момента резонансного перехода; \mathbf{r}_j — радиус-вектор j -го оптического центра; $\langle \ddot{\mathbf{d}}_j(\Delta, t') \rangle = \text{Sp}(\rho \ddot{\mathbf{d}}_j(\Delta, t'))$; матричные элементы матрицы плотности после воздействия трех возбуждающих лазерных импульсов имеют вид:

$$\rho_{12}^{(3)} \rightarrow i A_1^{(3)} \tilde{S}^{(3)}(\Delta) \exp\{(i\hbar^{-1} \Delta - \xi_{12}^{-1})(t - \tau_1 - \tau)\} L,$$

где $L = \sin\theta_1 \sin\theta_2 \sin\theta_3 \left\{ B_1 \left[A^{(1)*} A^{(2)} \tilde{S}^{(1)*}(\Delta) \tilde{S}^{(2)}(\Delta) \exp\{i(\hbar^{-1} \Delta - \xi_{12}^{-1}) \tau\} \right] \right\}$, $B_1 = (1/\theta_1^3) [-\rho_{11}^{(0)} \theta_1^2 + |A^{(1)}|^2 |\tilde{S}^{(1)}(\Delta)|^2 \rho_{22}^{(0)}]$.

В этом случае интенсивность отклика СЭГ

$$I \sim EE^*, \quad (18)$$

где напряженность электрического поля отклика СЭГ получим аналогично [12]:

$$E \approx \int \int_{V=-\infty}^{\infty} g(\Delta) d\Delta B_1 \sin\theta_1 \sin\theta_2 \sin\theta_3 A^{(1)*} A^{(2)} A^{(3)} \tilde{S}^{(1)*}(\Delta) \tilde{S}^{(2)}(\Delta) \tilde{S}^{(3)}(\Delta) \times \exp\{\Delta i \tau_{12} - \Delta(t - \tau_{12} - \tau_{23}) - \xi_{12}^{-1} \tau_{12}\} dV. \quad (19)$$

Операции над оптическими сигналами с использованием эхо-голографии. Степень преобразования временной формы отклика СЭГ зависит от параметров возбуждающих лазерных импульсов. Рассмотрим влияние частотной фильтрации при изменении длительности объектного импульса, его амплитуды, площади и временной структуры на частотно-временную структуру отклика СЭГ.

На рис. 1 показана последовательность лазерных импульсов при возбуждении СЭГ, где в качестве объектного импульса и импульса-фильтра могут быть взяты любые два из трех возбуждающих импульсов. На рис. 2 приведены частотные спектры объектного импульса и импульса-фильтра в сравнении с неоднородно уширенной линией резонансного перехода с их длительностями в несколько наносекунд, что согласуется с экспериментальными условиями при наблюдении корреляции временной формы и отклика эха [10]. При такой длительности возбуждающих импульсов можно не учитывать влияние необратимой релаксации во время их действия. Полагаем, что объектный — импульс с более широким частотным спектром, а импульс-фильтр — импульс с менее широким частотным спектром.

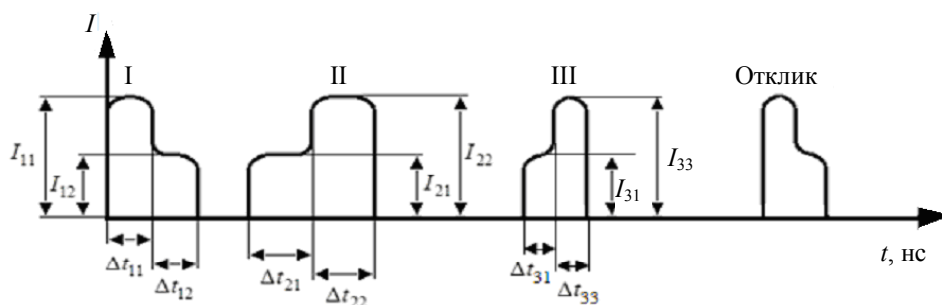


Рис. 1. Операция над импульсными оптическими сигналами (Δt_{ij} и I_{ij} — длительности и интенсивности, определяющие временную структуру возбуждающих импульсов при возбуждении СЭГ)

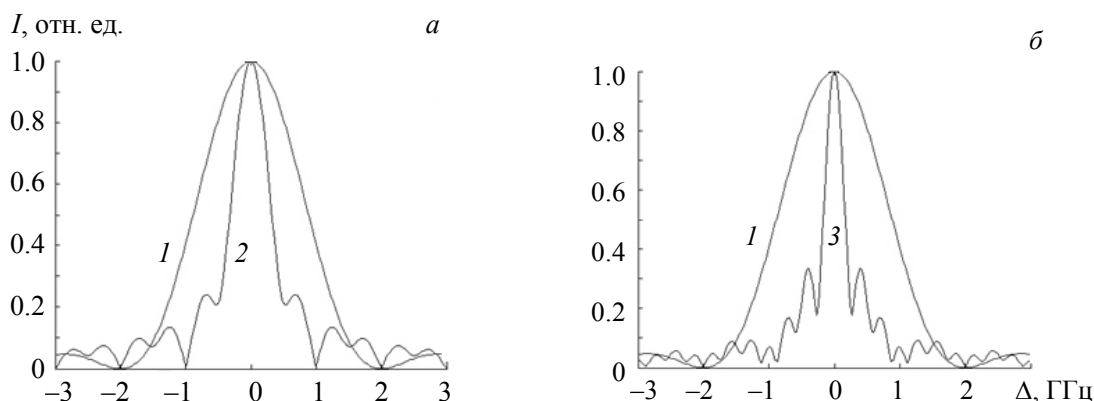


Рис. 2. Спектральный состав объектных импульсов и импульсов частотных фильтров: первый лазерный импульс (объектный импульс) $\Delta t_1 + \Delta t_2 = 2$ нс, $I_{11} = 1$, $I_{12} = 0.5$; второй лазерный импульс (импульс-фильтр) $\Delta t_1 + \Delta t_2 = 2$ (а) и 3.5 нс (б), $I_{22} = 1$, $I_{21} = 0.5$; 1 — неоднородно уширенная линия резонансного перехода, 2 — спектр объектного импульса, 3 — спектр импульса-фильтра

На рис. 3 приведены результаты расчета интенсивности отклика СЭГ по формуле (18) с учетом (19) при различных параметрах возбуждающих импульсов. Как видно, при выборе в качестве объектного — первого возбуждающего импульса, а в качестве импульса-фильтра — второго (рис. 3, *a, б*) или третьего (рис. 3, *г, д*) возбуждающего импульса информация в отклике СЭГ частично сохраняется, если длительности импульсов разные и их временные формы зеркально противоположны, а также малы площади возбуждающих импульсов. При одинаковой длительности импульсов информация полностью стирается.

На рис. 3, *в, е* показаны временные формы откликов СЭГ при большой площади объектного импульса и импульса-фильтра. В этом случае искажается форма отклика вследствие неполного воспроизведения фурье-компонент объектного лазерного импульса в отклике. Отметим, что в частотной области возможно осуществление логических операций с сигналами (путем возбуждения узких частотных областей в пределах неоднородно уширенной линии и выбора соответствующего частотного фильтра) и создание эхо-голографического процессора.

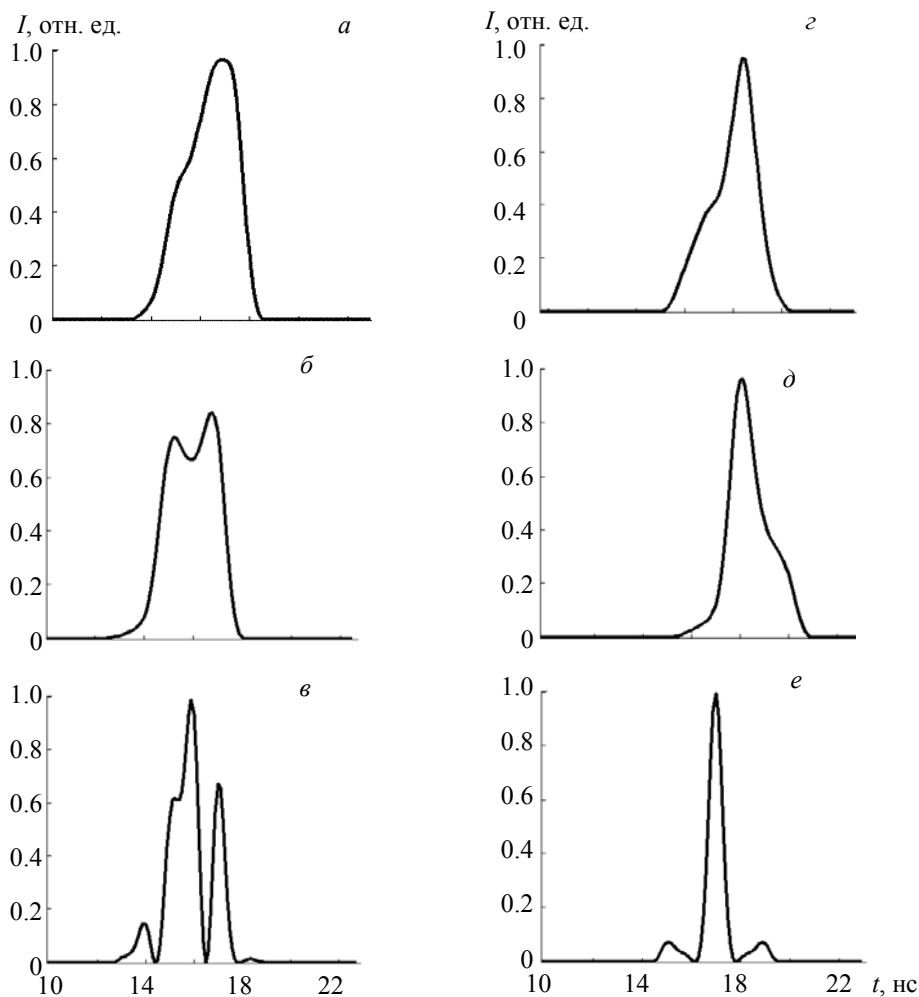


Рис. 3. Временная форма отклика стимулированной эхо-голограммы, полученной в результате фильтрации объектного импульса: *a, г* — $\Delta t_1 + \Delta t_2 = 2$ нс, $I_{11} = 1$, $I_{12} = 0.5$, $\theta_1 = 0.01\pi$ (импульс-фильтр: $\Delta t_1 + \Delta t_2 = 3.5$ нс, $I_{22} = 1$, $I_{21} = 0.5$, $\theta_2 = 0.01\pi$); *б, д* — $\Delta t_1 + \Delta t_2 = 3$ нс, $I_{11} = 1$, $I_{12} = 0.6$, $\theta_1 = 0.01\pi$ (импульс-фильтр: $\Delta t_1 + \Delta t_2 = 3$ нс, $I_{22} = 1$, $I_{21} = 0.2$, $\theta_2 = 0.01\pi$); *в, е* — $\Delta t_1 + \Delta t_2 = 2$ нс, $I_{11} = 1$, $I_{12} = 0.5$, $\theta_1 = 1\pi$ (импульс-фильтр: $\Delta t_1 + \Delta t_2 = 2$ нс, $I_{22} = 1$, $I_{21} = 0.5$, $\theta_2 = 1\pi$); объектные лазерные импульсы I и II (*a—в*) и I и III (*г—е*)

Заключение. При одинаковой длительности объектного импульса и импульса-фильтра, но с инвертированной временной структурой фильтрация приводит к полной потере информации, заложенной в объектный импульс. В случае, когда импульс-фильтр имеет большую длительность, чем объектный импульс, происходит частичная потеря информации в отклике стимулированной эхо-голограммы. Изменение соотношения временных структур возбуждающих импульсов приводит к значительному преобразованию информации в отклике стимулированной эхо-голограммы. При большой площади объектного импульса и импульса-фильтра значительно искажается форма отклика стимулированной эхо-голограммы, что является следствием неполного воспроизведения фурье-компонент объектного лазерного импульса в отклике.

- [1] **А. А. Калачев, В. В. Самарцев.** Фотонное эхо и его применение, Казань, КГУ (1998) 150
- [2] **U. Elman, Luo Baozhu, S. Kroll.** *J. Opt. Soc. Am. B*, **13**, N 9 (1996) 1905—1913
- [3] **N. N. Akhmediev.** *Opt. Lett.*, **15** (1990) 1035
- [4] **Г. И. Гарнаева, Л. А. Нефедьев.** Челябинский физ.-мат. журн., **25** (2009) 13—21
- [5] **Л. А. Нефедьев, Г. И. Гарнаева, Р. Г. Усманов.** *Опт. журн.*, **77**, № 2 (2010) 27—29
- [6] **Л. А. Нефедьев, Г. И. Хакимзянова.** *Опт. и спектр.*, **101**, № 4 (2006) 637—641
- [7] **Е. Н. Ахмедшина, Л. А. Нефедьев, Г. И. Гарнаева.** *Журн. прикл. спектр.*, **81**, № 3 (2014) 476—479 [**E. N. Ahmedshina, L. A. Nefediev, G. I. Garnaeva.** *J. Appl. Spectr.*, **81** (2014) 495—499]
- [8] **V. A. Zuikov, V. V. Samartsev.** *Phys. Status Solidi (a)*, **73**, N 2 (1982) 625—632
- [9] **S. Fernbach, W. G. Proctor.** *J. Appl. Phys.*, **26**, N 2 (1955) 170—181
- [10] **В. А. Зуйков, В. В. Самарцев, Р. Г. Усманов.** *Письма в ЖЭТФ*, **32**, № 4 (1980) 293—297
- [11] **Г. И. Гарнаева, Л. А. Нефедьев, Е. Н. Ахмедшина, Э. И. Хакимзянова.** *Журн. прикл. спектр.*, **81**, № 6 (2014) 856—860 [**G. I. Garnaeva, L. A. Nefediev, E. N. Ahmedshina, E. I. Hakimzyanova.** *J. Appl. Spectr.*, **81** (2014) 944—948]
- [12] **Г. И. Гарнаева, Л. А. Нефедьев, Э. И. Хакимзянова, Т. Р. Яхин.** *Опт. журн.*, **81**, № 6 (2014) 3—8
- [13] **N. W. Carlson, L. J. Rothberg, A. G. Yodh, W. R. Babbitt, T. W. Mossberg.** *Opt. Lett.*, **8**, N 9 (1983) 483—485
- [14] **Л. С. Василенко, Н. Н. Рубцова.** *Опт. и спектр.*, **59**, № 1 (1985) 52—56
- [15] **С. О. Елютин, С. М. Захаров, В. А. Зуйков, В. В. Самарцев.** *ЖЭТФ*, **88**, № 2 (1985) 401—416
- [16] **В. Б. Устинов, М. М. Ковалевский, С. А. Баруздин.** *Изв. АН СССР. Сер. физ.*, **50**, № 8 (1986) 1459—1499
- [17] **С. М. Биленький.** Введение в диаграммную технику Фейнмана, Москва, Атомиздат (1971) 215