

КОРРЕКЦИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ БИОЛОГИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ В ТЕРМОГРАФИЧЕСКИХ МЕТОДАХ

А. П. Иванов

УДК 536.33

Институт физики НАН Беларуси,
220072, Минск, просп. Независимости, 68-2, Беларусь; e-mail: ivanovap@dragon.bas-net.by

(Поступила 29 октября 2018)

Для случая неоднородной по глубине температуры поверхностного слоя кожного покрова человека, обусловленной биофизической необходимостью нормальной работы организма, а также наличием патологических процессов в определенных участках тела, предложена температурная поправка. Она позволяет уточнять температуру поверхности, определяемую стандартным неинвазивным термографическим методом на основе ИК изображений. Измеряемая яркость может быть спектральной или полихромной. Дан анализ величины поправки в зависимости от размеров, формы и тепловой мощности патологического источника, глубины его залегания, теплофизических и оптических характеристик биологической среды.

Ключевые слова: температурная коррекция, биологическая ткань, формула Планка, яркость, термография, тепловизор.

The correction is proposed allowing to refine the surface temperature determined by a standard non-invasive thermographic method based on IR images for the human skin with a non-uniform in depth temperature distribution. The non-uniformity is due to the biophysical necessity of normal functioning of the organism, as well as to a possible presence of pathological processes in certain areas of the body. The measured brightness can be spectral or polychromatic one. The value of the correction is analyzed depending on the size, shape and thermal power of the pathological source, as well as on the depth of its location, thermophysical and optical characteristics of the biological environment.

Keywords: temperature correction, biological tissue, Planck's formula, brightness, thermography, IR imager.

Введение. В основе оптической пирометрии стоит задача определения температуры среды по испускаемому ею излучению. При этом используется закон Кирхгофа, согласно которому отношение излучательной способности к поглощательной описывается формулой Планка. Однако такой подход даст истинную температуру объекта только в случае постоянной температуры во всем его объеме. Если внутри среды по какой-либо причине температура выше, чем на поверхности, то интенсивность выходящего излучения увеличивается и определяемая по нему температура завышается по сравнению с истинной температурой поверхности. Если внутри среды температура ниже, то и определяемая таким способом температура ниже. Поэтому в прецизионных измерениях необходимо вносить поправку δT в измерения температуры. В настоящей работе получена формула для определения δT при регистрации моно- и полихромной яркости от патологического источника тепла в биологической ткани на примере цилиндра и проведен анализ полученных результатов. Хотя задача рассматривается применительно к кожному покрову человека, указанный подход и многие результаты сходны при решении теплофизических проблем с другими объектами.

CORRECTION OF THE TEMPERATURE OF BIOLOGICAL OBJECTS IN THERMOGRAPHIC METHODS

A. P. Ivanov (B. I. Stepanov Institute of Physics, National Academy of Sciences of Belarus, 68-2 Nezavisimosti Prosp., Minsk, 220072, Belarus; e-mail: ivanovap@dragon.bas-net.by)

Теплофизические и оптические характеристики среды. Рассматривается кожный покров в виде полубесконечной плоскопараллельной среды. На поверхности параметр теплоотдачи $h = H/\kappa$, см^{-1} ; H , $\text{Вт}/(\text{см}^2 \cdot \text{К})$ — поток тепла с единицы поверхности при $T_s - T_a = 1 \text{ К}$, T_s и T_a — температуры поверхности ткани и окружающей среды. Поток H включает в себя обмен энергией вследствие излучения, конвекции и испарения. Коэффициент теплопроводности для биоткани $\kappa = 0.004\text{—}0.006 \text{ Вт}/(\text{см} \cdot \text{К})$. Типичные значения h изменяются в пределах $0.05\text{—}0.50 \text{ см}^{-1}$ [1, 2].

При распространении излучения в среде следует учитывать ее характеристики поглощения и рассеяния. Кожный покров на $\sim 70\text{—}90 \%$ состоит из воды. Хотя в ткани кожи есть и другие компоненты, именно показатель поглощения воды k_w в рассматриваемой спектральной области $2\text{—}12 \text{ мкм}$ превалирует над показателями остальных хромофоров. Спектр k_w в этом интервале приведен в табл. 1 по данным [3]. Далее для конкретности считаем, что объемная концентрация воды в коже $C_v = 0.8$, так что показатель поглощения ткани $k = 0.8k_w$. С ростом λ показатель поглощения воды в целом увеличивается, а рассеяния уменьшается. Поскольку поглощение излучения во много раз больше рассеяния, последним при исследовании поля излучения пренебрегаем и полагаем, что распространение теплового излучения в ткани описывается экспоненциальным законом Бугера $\exp(-kl)$, где l — расстояние между двумя рассматриваемыми точками, пройденное лучом. Таким образом, в данной спектральной области с точностью до множителя $1 - r_0$ (r_0 — коэффициент отражения излучения при нормальном падении на границу раздела кожа—воздух) среда является абсолютно черным телом.

Т а б л и ц а 1. Показатель поглощения воды (k_w) и относительная чувствительность (S) двух приемников в ИК области спектра

λ , мкм	k_w , см^{-1}	S_1 , отн. ед.	S_2 , отн. ед.	λ , мкм	k_w , см^{-1}	S_1 , отн. ед.	S_2 , отн. ед.
2	69.12	0	0.24	3.7	122.3		
2.1	26.93	0		3.8	112.4	0.52	
2.2	16.51	0		3.9	122.4		
2.3	22.4	0		4	144.5	0.6	0.38
2.4	50.06	0		4.5	374	0.76	0.31
2.5	90.48	0.15	0.2	5	312	0.92	0.29
2.6	153.2			5.25	238	1	
2.65	317.7			5.5	265	0.94	0.39
2.7	884.3			5.75	520	0.4	
2.75	2696	0.23		6	2241	0	0.42
2.8	5161			6.5	758	0	0.46
2.85	8157			7	574	0	0.68
2.9	11613			7.5	546	0	0.78
3	11394	0.31	0.25	8	539	0	0.87
3.1	7783			9	557	0	0.98
3.15	5385			9.5	585	0	1
3.2	3628			10	638	0	0.73
3.25	2358	0.39		10.5	792	0	0.56
3.3	1401			11	1106	0	0.35
3.4	720.7			11.5	1552	0	0.03
3.5	337.5	0.45	0.3	12	2084	0	0
3.6	179.8						

Приемники ИК излучения. Чувствительные приемники в спектральной области $2\text{—}12 \text{ мкм}$ отсутствуют. Для увеличения отношения сигнал/шум в большинстве случаев используются приемники, регистрирующие излучение в широком спектральном интервале [4]. Для конкретности рассмотрим детектор 1 на основе InSb [4] и детектор 2 на основе $\text{Cd}_x\text{Hg}_{1-x}\text{Te}$ [5]. Их спектральные чувствительности S_1 и S_2 представлены в табл. 1. Видно, что первый приемник чувствителен в области $2.50\text{—}5.75 \text{ мкм}$ с максимумом чувствительности вблизи 5 мкм , а второй — в области $2.0\text{—}11.5 \text{ мкм}$ с максимумом вблизи 9 мкм . Регистрируемый от поверхности кожи электрический сигнал с точностью до постоянного множителя (характеризующего абсолютную чувствительность):

$$\beta_{1,2} = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} B(\lambda) S_{1,2}(\lambda) d\lambda. \quad (1)$$

Здесь $B(\lambda)$ и $S(\lambda)$ — спектральные плотность яркости поверхности и чувствительность приемника в интервале длин волн $\lambda_2 - \lambda_1$, индексы 1 и 2 относятся к указанным детекторам.

Представляет интерес выяснить, в каком спектральном интервале сосредоточена основная часть регистрируемой приемниками мощности от кожного покрова. Рассматривался случай ткани с температурой поверхности 37 °С. Рассчитывался сигнал в области максимальной чувствительности приемника. Затем расширялся спектральный интервал измеряемой области до размера, в котором сосредоточено 90 % максимального сигнала. Оказалось, что для первого приемника такой спектральный интервал 4.335—5.950 мкм, для второго 6.52—11.50 мкм. При этом результирующий сигнал в последнем случае больше в 8.5 раза.

Хотя ИК приемники в большинстве случаев регистрируют излучение в достаточно широком спектральном интервале, расчет температурной поправки начнем при измерении монохроматической яркости. С одной стороны, эта поправка — основа для понимания формирования поправки при интегральной яркости, с другой — со временем появятся и чувствительные приемники к монохроматическому ИК излучению.

Математическая формулировка температурной поправки при регистрации монохроматической яркости. Температурная поправка δT представляет собой разность двух температур: температуры T^* , определяемой по яркости B теплового излучения, выходящего с поверхности среды, и реальной температуры поверхности T_r , т. е. $\delta T = T^* - T_r$. Если температура внутри среды выше, чем на поверхности, то ее надо отнимать от определяемой температуры, если ниже, то добавлять. Остановимся на способе расчета поправки.

Спектральная плотность яркости монохроматического излучения, испускаемого поверхностью ткани по нормали к ней, при пространственном распределении температуры $T(z, r, \varphi)$ в цилиндрической системе координат $\{r, \varphi, z\}$:

$$B(\lambda, r, k, \varphi) = \frac{(1-r_0)}{\pi} \int_0^{\infty} kE(z, r, \varphi) \exp(-kz) dz, \quad (2)$$

где $z = 0$ соответствует поверхности среды. Здесь в рассматриваемом интервале 2—12 мкм в приближении низкой температуры человеческого организма

$$E(z, r, \varphi, \lambda, T) = M(\lambda) \exp(-N(\lambda)/T) \quad (3)$$

— спектральная плотность светимости поверхности (формула Планка) в точке (z, r, φ) с температурой $T(z, r, \varphi)$; $M(\lambda) = 3.75 \cdot 10^3 \lambda^{-5}$ эрг · мкм⁻³ · с⁻¹; $N(\lambda) = 1.44 \cdot 10^4 \lambda^{-1}$; λ — длина волны, мкм. Причина различия температуры в разных местах среды разная — прежде всего биофизическая необходимость нормальной работы организма, а также наличие патологических процессов в определенных участках тела. Если воспользоваться формулой Планка в предположении постоянной температуры тела и температуры на поверхности неравномерно нагретой среды T_r , то получим спектральную плотность яркости $B_0(\lambda, T_r)$. (Для удобства записи здесь и далее многие аргументы функций не указываем.) Характеристика

$$W(\lambda) = B(\lambda)/B_0(\lambda, T_r) \quad (4)$$

содержит информацию о том, насколько регистрируемый приемником сигнал искажает рассчитываемую по нему температуру поверхности. Остановимся на этом вопросе. Для упрощения чтения в большинстве случаев спектральную плотность яркости или светимости будем называть яркостью или светимостью.

Приближенно положим, что $B(\lambda)$, как и $B_0(\lambda, T_r)$, является яркостью поверхности с температурой T и отличается от $B_0(\lambda, T_r)$ на $dB_0(\lambda, T_r)$ за счет того, что T отличается от T_r на dT_0 . Тогда (4) преобразуется к виду

$$W = 1 + dB_0/B_0 = 1 + B_0' dT_0/B_0. \quad (5)$$

Здесь B_0' — производная по температуре; dT_0 характеризует дифференциальное превышение температуры по сравнению с истинной температурой на поверхности, которую показывает прибор неинвазивным способом. Для удобства записи аргументы функций не указаны. Из (5) с учетом реального превышения температуры δT следует

$$\delta T = (W - 1)B_0/B_0' = 6.94 \cdot 10^{-5} \lambda T^2 (W - 1). \quad (6)$$

Анализ δT может быть сделан, если известна W .

Температурная поправка при регистрации “интегральной” яркости. По сравнению с регистрацией монохроматической яркости можно говорить о двух электрических сигналах: один соответствует излучению, выходящему из среды с температурой, переменной по глубине, другой — с постоянной, равной температуре поверхности, т. е.

$$\beta_{1,2} = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} B(\lambda) S_{1,2}(\lambda) d\lambda, \quad \alpha_{1,2} = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} B_0(\lambda, T_r) S_{1,2}(\lambda) d\lambda, \quad (7)$$

Подобно (4) введем характеристику

$$V_{1,2} = \beta_{1,2}/\alpha_{1,2}, \quad (8)$$

которая содержит информацию о том, насколько регистрируемый приемником сигнал в широком спектральном интервале искажает истинную температуру поверхности. Как и при расчете (6), ее нетрудно получить при измерениях тепловизором:

$$dT_i = 6.94 \cdot 10^{-4} A_{1,2}(T) T^2 (V_{1,2} - 1), \quad (9)$$

где

$$A_{1,2}(T) = \frac{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \lambda^{-5} \exp(-N(\lambda)/T) S_{1,2}(\lambda) d\lambda}{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \lambda^{-6} \exp(-N(\lambda)/T) S_{1,2}(\lambda) d\lambda}. \quad (10)$$

Полученный материал позволяет быстро проводить численные расчеты на персональном компьютере и анализировать температурную поправку в различных случаях. Заметим, что учет температурной поправки существен, когда речь идет об абсолютных значениях температуры, а не ее изменениях в разных местах поверхности. При определении приращения температуры нужно брать разность двух температур с близкими поправками для них. Последние входят со знаками плюс и минус, часто взаимно уничтожая друг друга.

Температурная поправка при наличии точечного источника тепла. Рассмотрим случаи неравномерного распределения температуры в среде, основываясь на известных аналитических решениях уравнения теплопроводности. В общем случае задачу решать крайне сложно. Для ее упрощения используем линейный рост температуры с глубиной (в отсутствие источника) и точечный источник тепла как основу для рассмотрения источника конечных размеров, у которого свойства такие же, как у биоткани. Положим температуру в среде

$$T(z, r) = T_s + \Delta T(z, r), \quad (11)$$

где T_s — температура поверхности в отсутствие патологических источников тепла; $\Delta T(z, r)$ — добавка к температуре вследствие различных причин. В отсутствие источника по аналогии с [6] полагаем, что температура в среде для нормальной работы организма описывается формулой

$$\Delta T_1(z) = hz(T_s - T_a) + T_s \quad (12)$$

и не зависит от r . При наличии точечного источника с тепловой мощностью Q (Вт) имеющего в цилиндрической системе координаты $z = a, r = 0$, согласно [7], ΔT возрастет на

$$\Delta T_p(z, r) = \Delta T_{p1}(z, r) + \Delta T_{p2}(z, r), \quad (13)$$

где

$$\Delta T_{p1}(z, r) = (Q/4\pi k) \{ [(z - a)^2 + r^2]^{-1/2} - [(z + a)^2 + r^2]^{-1/2} \}, \quad (14)$$

$$\Delta T_{p2}(z, r) = \frac{Q}{2\pi k} \int_0^\infty \frac{\exp[-p(a+z)] p J_0(pr)}{p+h} dp, \quad (15)$$

J_0 — функция Бесселя нулевого порядка; r, z — координаты точки наблюдения.

Таким образом, при точечном источнике температура в любой точке биологической среды

$$T_p(z, r) = T_s + \Delta T_1(z) + \Delta T_p(z, r). \quad (16)$$

Подставляя это выражение в (3), входящее в (2), находим $B(\lambda)$, $B(\lambda)^*$, а следовательно, и δT_p при точечном источнике.

Можно получить более наглядное и упрощенное выражение для δT_p . Добавим и вычтем в (11) $\Delta T_p(0, r)$, которое представляет собой приращение температуры поверхности среды вследствие наличия точечного источника. Тогда (11) примет вид

$$T(z, r) = T_s^* + \Delta T(z, r)^*, \quad (17)$$

где $T_s^* = T_s + \Delta T_p(0, r)$ — температура поверхности при наличии в среде патологического источника тепла, $\Delta T(z, r)^* = \Delta T_1(z) + \Delta T_p(z, r) - \Delta T_p(0, r)$.

Если $T_s^* \gg \Delta T(z, r)^*$, то разлагаем функцию Планка в ряд Тейлора при $T = T_s^*$ и она принимает вид

$$E(T) = E(T_s^*)(1 + N\Delta T^*/T_s^{*2}). \quad (18)$$

Для наглядности в (18) многие аргументы, от которых зависит светимость, как и раньше, не указаны. Монохроматическая яркость теплового излучения, выходящего из среды с поверхности $z = 0$:

$$B(T) = \frac{(1-r_0)}{\pi} \int_0^\infty kE(T) \exp(-kz) dz = B(T_s^*)^* [1 + (N/T_s^{*2}) \int_0^\infty k\Delta T^* \exp(-kz) dz].$$

Отсюда нетрудно показать, что в отсутствие источника

$$\delta T_1 = h(T_s - T_a)/k, \quad (19)$$

при точечном источнике

$$\delta T_p = \delta T_1 + \int_0^\infty k\Delta T_{p1} \exp(-kz) dz + \int_0^\infty k\Delta T_{p2} \exp(-kz) dz - \Delta T_{p2}(0, r). \quad (20)$$

Температурная поправка при наличии источника тепла в виде цилиндра. Естественно, что точечный источник практически нельзя реализовать. Однако данные по температуре, полученные с ним, можно использовать для расчета температуры от источников разных форм. С медицинской точки зрения и удобства расчетов остановимся на модели формы патологического участка с повышенной температурой в виде цилиндра. Рассмотрим цилиндрический источник, ось которого перпендикулярна поверхности среды. Выделим в источнике в цилиндрической системе координат бесконечно малый элементарный объем $dV = r^* dr^* dz^* d\varphi$, имеющий координаты r^* , z^* , φ . Пусть он создает в пространстве распределение температуры, описываемое формулами (13)—(15). По отношению к этому элементарному объему в (14), (15) заменим a на z^* , r на $l = [(r^* - r^* \cos\varphi)^2 + (r^* \sin\varphi)^2]^{1/2}$, а Q на произведение объемной плотности тепловой мощности рассматриваемого источника q и элементарного объема dV . Тогда приращение температуры, отнесенное к элементарному объему:

$$D = D_1 + D_2, \quad (21)$$

где

$$D_1 = (q/4\pi k) \{ [(z - z^*)^2 + l^2]^{-1/2} - [(z + z^*)^2 + l^2]^{-1/2} \}, \quad D_2 = \frac{q}{2\pi k} \int_0^\infty \frac{\exp[-p(z^* + z)] p J_0(pl)}{p + h} dp, \quad (22)$$

r, z — координаты наблюдателя (как и для точечного источника). Очевидно, приращение температуры от всего объема цилиндра с диаметром d и высотой z_0 :

$$\Delta T_c = \Delta T_{c1} + \Delta T_{c2}. \quad (23)$$

Здесь

$$\Delta T_{c1} = 2 \int_0^{0.5d} r^* \left\{ \int_{a-0.5z_0}^{a+0.5z_0} \left[\int_0^\pi D d\varphi \right] dz^* \right\} dr^*, \quad \Delta T_{c2} = 2 \int_0^{0.5d} r^* \left\{ \int_{a-0.5z_0}^{a+0.5z_0} \left[\int_0^\pi D d\varphi \right] dz^* \right\} dr^*. \quad (24)$$

По аналогии с точечным источником температурная поправка с цилиндрическим источником

$$\delta T_c = \delta T_1 + \int_0^\infty k\Delta T_{c1} \exp(-kz) dz + \int_0^\infty k\Delta T_{c2} \exp(-kz) dz - \Delta T_c(0, r), \quad (25)$$

где $\Delta T_c(0, r)$ — приращение температуры от цилиндра при $z = 0$.

Глубины, с которых на поверхность выходит ИК излучение. Температурная поправка зависит от изменчивости температуры ткани по глубине, но при условии, что излучение выходит на поверхность с разных глубин. В действительности вследствие сильного поглощения радиации оно выходит только с поверхностных слоев, а с глубинных не принимает участия в формировании ИК потока, а следовательно, и δT . В связи с этим, а также для понимания многих физических процессов распространения излучения важно знать глубины, с которых возникший в среде свет возвращается на поверхность. Введем критерий: толщина среды z_p , из которой на поверхность поступает 99 % всей выходящей радиации, называется предельной. Расчеты показывают, что она практически не зависит

от формы и размера источника, изменения его тепловой мощности, a , r , h в разумных пределах. Иначе говоря, поскольку $T_s + \Delta T_1(z) \gg \Delta T(z, r)$, где $\Delta T(z, r)$ — приращение температуры вследствие наличия в среде теплового источника, то z_p определяется только естественным излучением ткани. Длина волны никак не сказывается на z_p , но очень сильно влияет на соответствующий ей показатель поглощения. На рис. 1 представлена зависимость z_p от k . Использован интервал показателя поглощения, который существует в рассматриваемой спектральной области. Зависимость в логарифмическом масштабе прямолинейная. Видно сильное уменьшение z_p с ростом поглощения. Для полихромных детекторов 1 и 2 $z_p = 0.18$ и 0.08 мм. Реакция детекторов в основном определяется излучением, соответствующим $\lambda > 5$ мкм. Для конкретной длины волны излучения, зная соответствующий ей показатель поглощения, легко определить z_0 , пользуясь полученным материалом. Очевидно, что если $a \geq z_p$, то свет непосредственно от источника не доходит до поверхности среды, он формируется менее глубокими слоями.

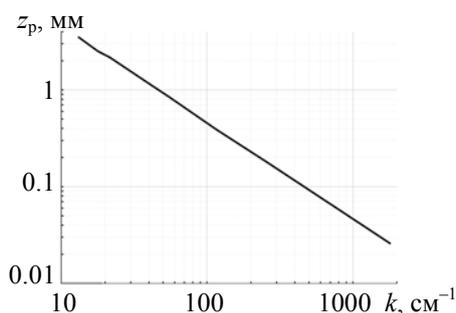


Рис. 1. Зависимость предельной толщи среды, из которой на поверхность поступает излучение, от показателя поглощения

Закономерности изменения температурной поправки при регистрации монохроматической яркости. Биологическая ткань не содержит патологического источника тепла. Согласно (19), поправка пропорциональна h и обратно пропорциональна k . Она пропорциональна перепаду температур между поверхностью тела и окружающей средой. Далее полагаем $T_a = 293$ К (20°C), а температура поверхности тела не 36.6°C , как обычно считают, а 303 К (30°C).

Влияние объемной плотности тепловой мощности патологического источника на δT . При наличии источника тепла в большинстве случаев анализируем температурную поправку при $r = 0$, т. е. строго над центром источника. Данные представлены на рис. 2. Здесь и далее использованы показатели поглощения, соответствующие конкретным длинам волн, поэтому значения k детализированы. Согласно (25), три слагаемых в правой части пропорциональны q , как следствие, построенные зависимости прямолинейные. При $q = 0$ имеем $\delta T = \delta T_1$.

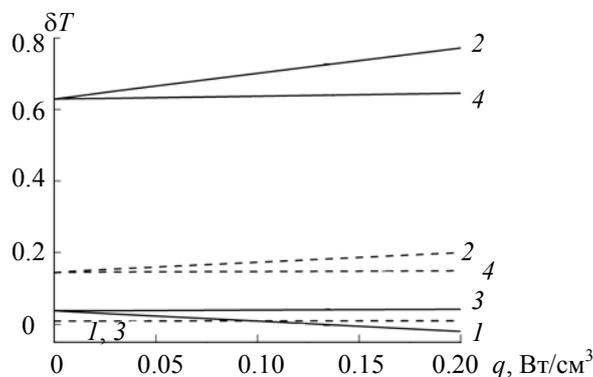


Рис. 2. Зависимость δT от q ; $d = 1$ см, $z_0 = 0.5$ см, $\nu = 0.785$ см^3 , сплошные линии — $k = 13.21$ см^{-1} ($\lambda = 2.2$ мкм), штриховые — $k = 55.28$ см^{-1} ($\lambda = 2$ мкм); 1 — $a = 0.25$ см и $h = 0.05$ см^{-1} , 2 — 0.25 и 0.8 , 3 — 3 и 0.05 , 4 — $a = 3$ см и $h = 0.8$ см^{-1}

Наличие теплового источника в ряде случаев не увеличивает, а уменьшает температурную поправку и даже делает ее отрицательной. Это происходит, когда источник находится у поверхности ткани, а теплоотдача слабая. Расчеты показывают, что внутри цилиндра на глубинах $z < z_0$ при перемещении от поверхности к центру рост ΔT более медленный, чем падение за ним. Создается более замедленное нарастание общей температуры или даже ее убывание у поверхности. Это объясняет указанный эффект, поскольку с больших глубин вследствие сильного поглощения свет не выходит. Если источник значительно углублен, то ни при каких разумных значениях q он не оказывает влияния на δT . В этом случае температурная поправка зависит только от естественной изменчивости температуры биоткани с глубиной. При рассматриваемом объеме источника v тепловая мощность изменялась по закону $0.785q$.

Влияние размеров и формы теплового источника на δT . Приращение температуры зависит не только от q , но и от параметров источника. Это также приводит к изменению δT . На рис. 3 построены зависимости δT от объема источника. В одном случае v изменяется вследствие изменения z_0 при постоянном d , а в другом — вследствие изменения d при постоянном z_0 , что представлено в табл. 2. Кроме того, реально с ростом v при постоянном q тепловая мощность увеличивается за счет объема. Однако возможна ситуация, когда объем растет, а Q остается постоянным. Это также рассмотрено на рис. 3. Обращают на себя внимание две сильно различающиеся группы кривых, соответствующих малой и большой теплоотдаче. Превышение значений δT над δT_1 (пунктир) характеризует температурную поправку, обусловленную только цилиндром. Видно, что при постоянном q увеличивается δT с ростом v . Если объем увеличивается за счет z_0 , то δT больше, чем при увеличении объема за счет d . При постоянном Q влияние формы цилиндра не проявляется. С ростом v наблюдается слабое уменьшение δT . Это свидетельствует о том, что и для достаточно больших объемов источника можно пользоваться формулой (20) для точечного источника. Перейдем к рассмотрению влияния теплофизических и оптических свойств среды.

Т а б л и ц а 2. Взаимосвязь между v , z_0 , d

v , см ³	0.1	0.3	0.5	0.7	
z_0 , см	0.51	1.53	2.55	3.57	$d = 0.5$ см
d , см	1.129	1.95	2.52	2.99	$z_0 = 0.1$ см

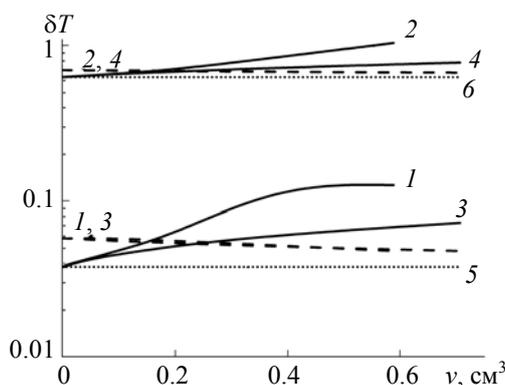


Рис. 3. Зависимость δT от v при $k = 13.21$ см⁻¹; $q = 0.5$ (сплошные линии) и 0.1 Вт (штриховые), δT_1 (пунктир); 1 — $h = 0.05$ см⁻¹, $d = 0.5$ см; 2 — $h = 0.8$ см⁻¹, $d = 0.5$ см; 3 — $h = 0.05$, $z_0 = 0.1$ см; 4 — $h = 0.8$, $z_0 = 0.1$; 5 — $h = 0.05$ см; 6 — $h = 0.8$ см

Влияние параметра теплоотдачи на δT . Рассмотрены случаи малой плотности тепловой мощности источника малых (рис. 4, а) и больших (рис. 4, б) размеров, а также большой плотности тепловой мощности источника малых размеров (рис. 4, в). Результаты легко объясняются формулой (25). Из нее видно, что первое слагаемое в правой части (отсутствует источник) описывается прямой, проходящей через начало декартовой системы координат (δT , h). Второе слагаемое положительное и не зависит от h . Совокупность третьего и четвертого слагаемых всегда отрицательна и в пределах интервала $h = 0.05—0.8$ см⁻¹, как показывает расчет, практически описывается прямой. Поэтому во всех

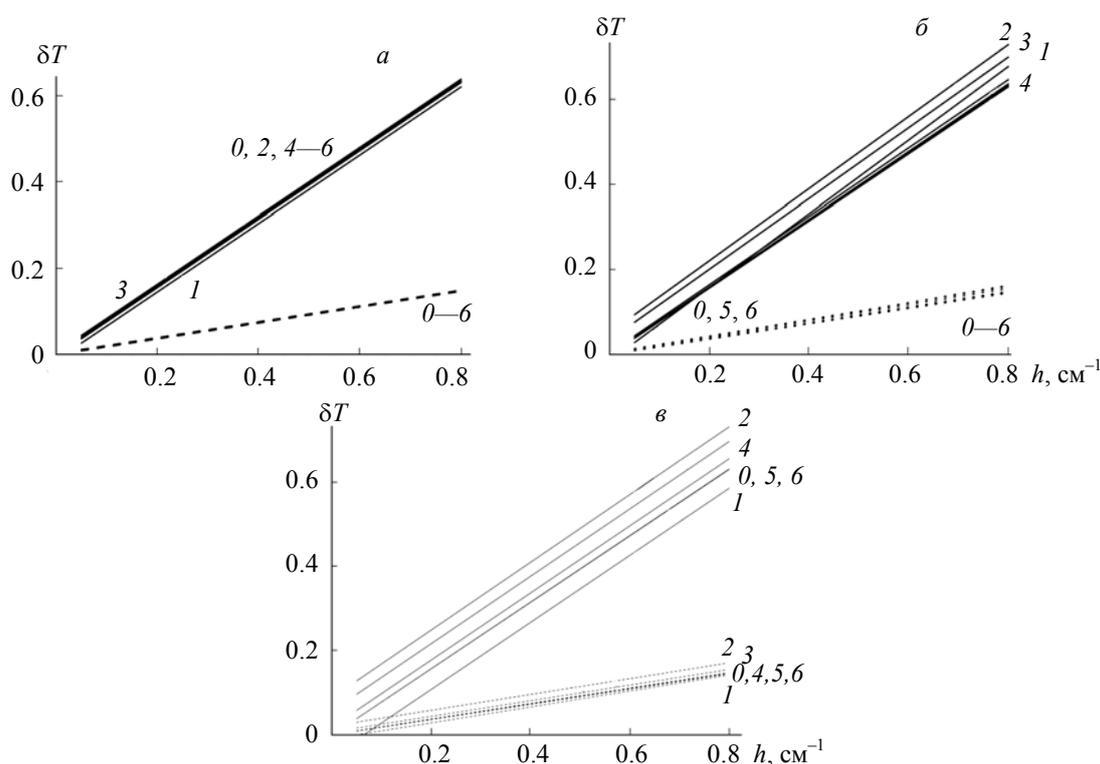


Рис. 4. Зависимость δT от h : *a* — $q = 0.1 \text{ Вт/см}^3$, $d = 0.1 \text{ см}$, $z_0 = 0.1 \text{ см}$, $a = 0.05$ (1), 0.07 (2), 0.15 (3), 0.3 (4), 1 (5) и 1.5 см (6); *б* — $q = 0.1 \text{ Вт/см}^3$, $d = 0.6 \text{ см}$, $z_0 = 0.6 \text{ см}$, $a = 0.3$ (1), 0.45 (2), 0.6 (3), 1.2 (4), 2 (5) и 3 (6); *в* — $q = 1 \text{ Вт/см}^3$, $d = 0.1 \text{ см}$, $z_0 = 0.1 \text{ см}$, $a = 0.05$ (1), 0.07 (2), 0.15 (3), 0.3 (4), 1 (5) и 1.5 см (6); $k = 13.2$ (сплошные линии) и 55.3 см^{-1} (штриховые); 0 — источник отсутствует

случаях имеют место прямолинейные зависимости $\delta T(h)$. Рост k в большинстве ситуаций (за исключением малых h , a и размеров источника) уменьшает δT . Из рис. 4 видно, что наклон кривых почти не зависит от размера источника, q и a и близок к наклону функции $\delta T_1(h)$. Согласно (19), тангенс угла наклона $\gamma = (T_s - T_a)/k$ зависит только от показателя поглощения среды и перепада температуры на ее поверхности. Когда q и размеры источника невелики, температурная поправка практически не зависит от его положения в среде и определяется естественным распределением температуры в организме (рис. 4, *a*). Картина резко меняется, когда размеры источника (рис. 4, *б*) или q (рис. 4, *в*) значительны, т. е. велика тепловая мощность источника. Когда k мало, при росте a значение поправки вначале растет, а затем падает, достигая δT в отсутствие источника. Это свидетельствует о том, что с определенных глубин наличие источника не проявляется на поверхности среды. Также отметим, что при относительно малом показателе поглощения при касании источника поверхности вследствие значительного перепада температуры глубже центра источника значение δT становится отрицательным. По мере роста a этот эффект ослабевает. Когда k велико, свет из-под источника почти не достигает поверхности и температурная поправка положительна и близка к δT_1 .

Влияние показателя поглощения на δT . На рис. 5 представлена зависимость δT от k для случая малой высоты цилиндра ($z_0 = 0.1 \text{ см}$) (для наглядности данные для малых и больших поглощений радиации построены по отдельности). Следует отметить, что поглощение радиации зависит от используемой длины волны, однако сама величина λ в рассматриваемом спектральном интервале не влияет на температурную поправку. Поэтому если при разных λ показатели поглощения одинаковые, то и δT одинаковые. Как видно на рис. 5, с ростом поглощения абсолютная величина поправки стремится к нулю. Это связано с тем, что толщина среды, из которой на поверхность поступает излучение, уменьшается, а следовательно, уменьшается и перепад температур в ее пределах. При соприкосновении источника с поверхностью кожи имеет место наименьшее отрицательное значение δT . По мере роста k соответствующая кривая поднимается, пересекает ось ординат, достигает максимума, а затем медленно (по сравнению с другими случаями) спадает. В пределах рассматриваемого интервала значений

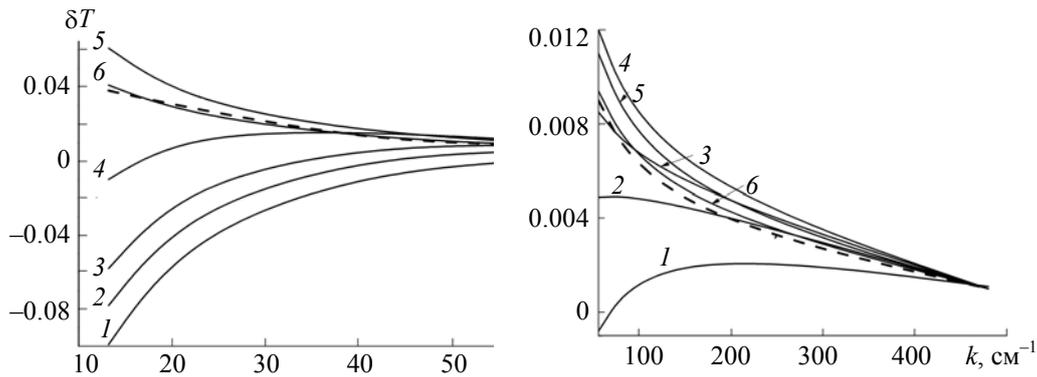


Рис. 5. Зависимость температурной поправки от k при $q = 0.1 \text{ Вт/см}^3$, $h = 0.05 \text{ см}^{-1}$, $d = 1 \text{ см}$, $z_0 = 0.1 \text{ см}$; $a = 0.05$ (1), 0.06 (2), 0.07 (3), 0.1 (4), 0.5 (5) и 1.5 см (6), штриховые линии — источник отсутствует

показателя поглощения она достаточно далеко отстоит от кривой, соответствующей отсутствию патологического источника. Это связано с нахождением нагретого источника у поверхности. Погружение источника в биоткань при малых k вначале увеличивает δT , а потом уменьшает до $\delta T = \delta T_1$. С ростом a максимум кривых “расползается”, увеличивается, смещается в сторону меньших k . При больших поглощениях кривые спадают тем быстрее (в рассматриваемом масштабе), чем больше a .

Влияние глубины залегания источника на δT (рис. 6). Рассмотрены случаи источника с $z_0 = 0.2$ и 0.8 см при $q = 0.2 \text{ Вт/см}^3$, $h = 0.05 \text{ см}^{-1}$, $d = 1 \text{ см}$. В первом случае, когда источник на поверхности среды, $a = 0.1 \text{ см}$, во втором $a = 0.4 \text{ см}$. Объясним наблюдаемые результаты. Расчеты показывают, что внутри цилиндрического источника температура наибольшая в области центра и спадает к торцам. Яркость поверхности от источника с учетом поглощения формируется излучением, приходящим с верхних участков среды (верхняя зона), где температура выше, чем на поверхности, и нижних (нижняя зона), где температура спадает. От соотношения этих интенсивностей и интенсивности без источника зависит рассчитываемая температурная поправка. Естественно, что при соприкосновении источника с поверхностью, малых z_0 и k доля излучения с “нижних” участков среды наибольшая. Это привело к тому, что в данном случае минимальное значение $\delta T = -0.07 \text{ }^\circ\text{C}$ (рис. 6, а). С ростом k доля излучения из верхней зоны увеличивается, что вызывает увеличение поправки. По мере роста a доля излучения из этой зоны также увеличивается. В результате кривые поднимаются тем быстрее, чем меньше k . Однако при значительном углублении источника приращение потока излучения становится незначительным, чтобы влиять на δT . Поэтому кривые асимптотически приближаются к δT_1 . Увеличение z_0 (рис. 6, б) приводит к тому, что уменьшение температуры в источнике происходит на таких глубинах, откуда излучение выходит на поверхность сильно ослабленным и не возникает отрицательной поправки δT . Однако влияние нижней зоны и здесь проявляется, поскольку кривые не монотонно спадают, а имеют максимум в области $0.7 \geq a \geq 0.6 \text{ см}$.

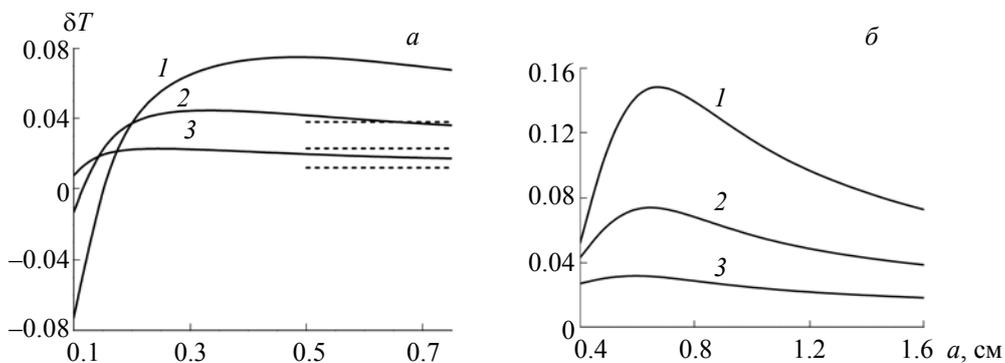


Рис. 6. Зависимость температурной поправки от a ; $k = 13.208$ (1), 40.048 (2) и 55.28 см^{-1} (3); штриховые кривые — источник отсутствует

Влияние точки наблюдения на поверхности на δT . До сих пор δT рассматривалось при $r = 0$. Однако при исследовании приращения температуры нужно знать температурную поправку и при $r > 0$. Это иллюстрирует рис. 7, где рассмотрено расположение источника у поверхности и на большой глубине при разной теплоотдаче. Исходные данные: $d = 0.5$ см, $z_0 = 0.1$ см, $k = 13.2$ см⁻¹ ($\lambda = 2.2$ мкм). Видно, что при $a = 0.05$ см поправка минимальна над источником. С ростом r она увеличивается до δT_1 . Как и при объяснении рис. 6, это связано с удалением точки наблюдения от источника и постепенным выравниванием приращения температуры по координатной оси z . При уменьшении тепловой мощности источника указанный процесс исчезает (на рис. 7 не приведено). Когда источник далеко от поверхности, он не влияет на δT и $\delta T = \delta T_1$. Рост h увеличивает температурную поправку.

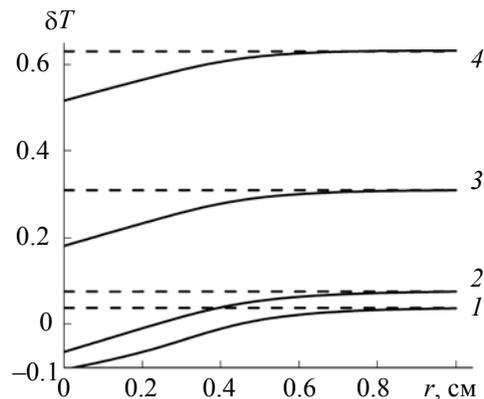


Рис. 7. Зависимость температурной поправки от r при $q = 0.3$ Вт/см³; $h = 0.05$ (1), 0.1 (2), 0.4 (3) и 0.8 см⁻¹ (4); $a = 0.05$ (сплошные кривые) и 0.8 см (штриховые)

Закономерности изменения температурной поправки при регистрации яркости в широком спектральном интервале. При рассмотрении свойств двух достаточно распространенных полихромных детекторов в ИК области спектра показано, что приемник 1 на основе InSb и приемник 2 на основе Cd_xHg_{1-x}Te чувствительны в широкой спектральной области с максимумами чувствительности вблизи 5.25 и 9.5 мкм. Не вникая в детализацию решения данного вопроса, при получении качественного результата δT , учитывая спектр поглощения кожи, положим ее эффективный показатель поглощения для приемника 1 равным 240 см⁻¹, для приемника 2 — 580 см⁻¹. Считаем приемники монохромными на указанных длинах волн. Обращаясь к (19), (25), можно оценить значения δT в разных ситуациях. Поскольку в уникальных измерениях температуры погрешность ее определения $\geq 10^{-3}$, то ясно, что во многих случаях величиной δT можно пренебречь.

Закключение. Предложена температурная поправка для уточнения температуры поверхности, определяемой стандартным неинвазивным термографическим методом на основе ИК изображений. Дан анализ величины поправки в зависимости от размеров, формы и тепловой мощности патологического источника, глубины его залегания, теплофизических и оптических характеристик биологической среды. Хотя задача рассматривается применительно к кожному покрову человека, указанный подход может быть использован при решении теплофизических проблем с другими объектами.

Автор выражает глубокую благодарность В. В. Баруну за участие в разработке программы расчетов и обсуждение результатов.

[1] S. E. Gustafsson, S. K. Nilsson, L. M. Torell. Phys. Med. Biol., **20**, N 2 (1975) 219—224

[2] V. V. Barun, A. P. Ivanov. Int. J. Heat Mass Transfer, **46** (17) (2003) 3243—3254

[3] G. M. Hale, M. R. Querry. Appl. Opt., **12** (1973) 555—563

[4] Ж. Госсорг. Инфракрасная термография. Основы, техника, применение, пер. с франц., Москва, Мир (1988)

[5] А. В. Филатов, В. В. Карпов, Е. В. Сусов, А. А. Грибанов, Н. С. Кузнецов, В. И. Петренко. Успехи прикл. физики, **3**, № 2 (2015) 190—195

[6] Г. Карслоу, Д. Егер. Теплопроводность твердых тел, Москва, Наука (1964)

[7] А. П. Иванов. Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук, **54**, № 1 (2018) 69—76