

СВЯЗЬ НЕЛИНЕЙНОГО УСИЛЕНИЯ С НЕЛИНЕЙНОЙ РЕФРАКЦИЕЙ В КВАНТОВОРАЗМЕРНЫХ ЛАЗЕРАХ

А. А. Афоненко*, А. Б. Матюхин

УДК 621.373.826,621.382

Белорусский государственный университет,
220030, Минск, просп. Независимости, 4, Беларусь; e-mail: afonenko@bsu.by

(Поступила 19 сентября 2018)

Рассмотрено влияние механизмов нелинейного усиления, таких как динамический нагрев носителей излучением, выгорание пространственных и спектральных провалов, на действительную и мнимую части показателя преломления. Установлена зависимость эффективного параметра амплитудно-фазовой связи для нелинейного усиления от частоты излучения и уровня накачки. Показано, что основным механизмом нелинейного усиления, определяющим вышеуказанный параметр, является динамический нагрев носителей излучением.

Ключевые слова: полупроводниковый лазер, нелинейное усиление, амплитудно-фазовая связь.

The influence of nonlinear gain mechanisms such as carrier heating and spatial and spectral hole burning on the real and imaginary parts of the refractive index is described. The dependence of the total amplitude-phase coupling parameter for nonlinear gain on the laser frequency and pump level is obtained. Carrier heating is shown to be the main nonlinear gain mechanism affecting the above-mentioned parameter.

Keywords: semiconductor laser, nonlinear gain, amplitude-phase coupling.

Введение. Динамические и спектральные характеристики полупроводниковых инжекционных лазеров существенно зависят от нелинейной рефракции, которая в балансных уравнениях обычно учитывается с помощью параметра амплитудно-фазовой связи α , часто называемого параметром увеличения ширины линии генерации [1]. Параметр α определяется как коэффициент пропорциональности между изменениями действительной и мнимой частей показателя преломления при изменении концентрации носителей заряда: $\alpha = (\partial n_r' / \partial N) / (\partial n_r'' / \partial N)|_S$, где N и S — концентрация носителей заряда и плотность фотонов в резонаторе. Последовательный учет эффектов нелинейного усиления требует введения в балансные уравнения параметра амплитудно-фазовой связи для нелинейного усиления, определяемого как коэффициент пропорциональности между изменениями действительной и мнимой частей показателя преломления при вариации плотности фотонов в резонаторе $\beta = (\partial n_r' / \partial S) / (\partial n_r'' / \partial S)|_N$ [2—4]. При этом динамическое уравнение для комплексной амплитуды электромагнитного поля A в резонаторе имеет вид

$$\frac{dA}{dt} = v_g \frac{1 - i\alpha}{2} (G(N, S) - k_l) A + i \frac{\alpha - \beta}{2} (G(N, S) - G(N, 0)) A, \quad (1)$$

где i — мнимая единица; v_g — групповая скорость света в полупроводнике, $G(N, S) = G(N, 0) / (1 + \epsilon S)$ — коэффициент модового усиления; k_l — коэффициент потерь; ϵ — параметр нелинейного усиления.

В скоростных уравнениях часто полагается $\beta = \alpha$ [5, 6]. Однако данное предположение в общем случае неправомерно, поскольку параметр α определяется уровнем заполнения зоны проводимости и валентной зоны носителями заряда, а параметр β — их перераспределением по энергетическим уровням или в пространстве под воздействием генерируемого излучения. В качестве доминирующих ме-

RELATION BETWEEN NONLINEAR GAIN AND NONLINEAR REFRACTION IN QUANTUM-WELL SEMICONDUCTOR LASERS

A. A. Afonenko*, A. B. Matioukhin (Belarusian State University, 4 Nezavisimosti Prosp., Minsk, 220030, Belarus; e-mail: afonenko@bsu.by)

ханизмов нелинейного усиления, оказывающих влияние на амплитудно-фазовую связь в полупроводнике, выделяют выгорание пространственных [7], спектральных [8] провалов и динамический нагрев носителей излучением [9]. Приближенные аналитические выражения для параметра нелинейного усиления для этих механизмов представлены в [6].

Особенности вышеуказанных нелинейных оптических явлений к настоящему времени достаточно хорошо изучены с точки зрения их влияния на спектральные и динамические характеристики полупроводниковых лазеров. В частности, в работе [8] рассмотрена зависимость ширины линии генерации от плотности фотонов в резонаторе с учетом эффекта выгорания спектральных провалов. Показано существенное влияние параметра амплитудно-фазовой связи для нелинейного усиления на фазовые характеристики полупроводниковых оптических усилителей [10] и амплитудно-частотные характеристики лазеров в режиме четырехволнового смещения [11]. Экспериментальное определение коэффициентов нелинейного усиления и параметров β с использованием эффекта четырехволнового смещения проведено в работах [3, 12, 13]. Отмечается, что величины α и β существенно зависят от длины волны и уровня возбуждения активной области лазерного диода. Вместе с тем сравнительный теоретический анализ параметра β для различных механизмов нелинейного усиления не проводился. Как показано в настоящей работе, сведения об α и β позволяют определить доминирующий механизм нелинейного усиления.

Комплексный показатель преломления. Эффекты нелинейного усиления по существу являются проявлением нелинейной восприимчивости третьего порядка. Линейная и нелинейная восприимчивости активной среды, а также соответствующие им показатели преломления могут быть найдены с использованием формализма матрицы плотности ρ [14, 15]:

$$\frac{d\rho_{cc}}{dt} = -\gamma_c (\rho_{cc} - \rho_{cc}^{(0)}) - \frac{i}{\hbar} (V_{cv}\rho_{vc} - V_{vc}\rho_{cv}), \quad (2)$$

$$\frac{d\rho_{cv}}{dt} = -\gamma_{cv}\rho_{cv} - \frac{i}{\hbar} (E_c - E_v)\rho_{cv} - \frac{i}{\hbar} V_{cv} (\rho_{vv} - \rho_{cc}), \quad (3)$$

где индексы c и v — состояния зоны проводимости и валентной зоны с энергиями E_c и E_v , γ_c и γ_v — параметры внутризонной релаксации; γ_{cv} — параметр межзонной релаксации; $\rho_{cc}^{(0)}$ — элемент матрицы плотности в условиях квазиравновесия; \hbar — приведенная постоянная Планка; $V_{cv} = v_{cv}A\cos\omega t$ — матричный элемент оператора взаимодействия носителей заряда с электромагнитным полем; A — амплитуда электрического поля; ω — циклическая частота излучения. Еще два уравнения получаются из (2), (3) заменой индексов $c \rightarrow v$.

Вклад в комплексный показатель преломления от пары состояний c и v пропорционален резонансному недиагональному элементу матрицы плотности ρ_{cv} . В приближении теории возмущений вариация результирующего показателя преломления с учетом вклада всех пар состояний находится из выражения

$$\Delta n_r^{(k+1)}(\hbar\omega) = \frac{|v_{cv}^2|}{2n_r\epsilon_0} \int_{E_{g1}}^{\infty} \rho_r(E) \frac{\rho_{cc}^{(k)}(\hbar\omega, E) - \rho_{vv}^{(k)}(\hbar\omega, E)}{\hbar\omega - E + i\gamma_{cv}} dE. \quad (4)$$

Здесь $|v_{cv}^2| \approx e^2 E_g / 6m_c \omega^2$ — квадрат матричного элемента оператора взаимодействия; e — заряд электрона; E_g — ширина запрещенной зоны полупроводника; m_c — эффективная масса электрона; $\rho_r(E)$ — приведенная плотность состояний; ϵ_0 — диэлектрическая постоянная; n_r — показатель преломления активного слоя; E — разность энергий между парой состояний c и v ; k — порядок разложения решения для элементов матрицы плотности в ряд по степени напряженности электрического поля A .

В условиях квазиравновесия диагональные элементы матрицы плотности описываются функциями Ферми—Дирака:

$$\rho_{cc}^{(0)}(E) = f_e(E_c) = \left(1 + \exp\left(\frac{E_c - F_e}{k_B T}\right) \right)^{-1}, \quad \rho_{vv}^{(0)}(E) = f_e(E_v) = \left(1 + \exp\left(\frac{E_v - F_h}{k_B T}\right) \right)^{-1}, \quad (5)$$

где F_e и F_h — энергии квазиуровней Ферми для электронов и дырок; $E_c = E_{g1} + (E - E_{g1})m_r/m_c$ и $E_v = -(E - E_{g1})m_r/m_v$ — энергии электронов и дырок, участвующих в прямых переходах, E_{g1} — эффективная ширина запрещенной зоны в квантовой яме, m_v — эффективная масса дырок; $m_r = m_c m_v / (m_c + m_v)$ — приведенная эффективная масса электронов и дырок; k_B — постоянная Больц-

мана; T — температура кристалла. Следующие ненулевые поправки к вероятностям заселения уровней зоны проводимости и валентной зоны записываются как

$$\rho_{cc}^{(2)}(\hbar\omega, E) = -\frac{\gamma_{cv}(\rho_{cc}^{(0)} - \rho_{vv}^{(0)}) |v_{cv}^2| S_V \hbar\omega}{(\hbar\omega - E)^2 + \gamma_{cv}^2} \frac{1}{\epsilon_0 n_r^2 \gamma_c}, \quad \rho_{vv}^{(2)}(\hbar\omega, E) = \frac{\gamma_{cv}(\rho_{cc}^{(0)} - \rho_{vv}^{(0)}) |v_{cv}^2| S_V \hbar\omega}{(\hbar\omega - E)^2 + \gamma_{cv}^2} \frac{1}{\epsilon_0 n_r^2 \gamma_v}, \quad (6)$$

где $S_V = \epsilon_0 n_g n_r |A|^2 / 2 \hbar \omega$ — объемная плотность фотонов в активном слое. Величина S_V может быть пересчитана через плотность фотонов в резонаторе S и параметр оптического ограничения Γ как $S_V = S\Gamma$. Концентрации электронов и дырок в квантовой яме с одной парой уровней в начальном приближении:

$$N^{(0)} = \frac{m_c k_B T}{\pi \hbar^2 d} \ln \left(1 + \exp \left(\frac{F_e - E_{c1}}{k_B T} \right) \right), \quad P^{(0)} = \frac{m_v k_B T}{\pi \hbar^2 d} \ln \left(1 + \exp \left(\frac{E_{v1} - F_h}{k_B T} \right) \right). \quad (7)$$

где d — толщина активного слоя; E_{c1} и E_{v1} — начальные энергии уровней подзон электронов и дырок. Поправки к концентрациям для следующего приближения:

$$N^{(2)}(\hbar\omega) = \int_{E_{g1}}^{\infty} \rho_r(E) \rho_{cc}^{(2)}(\hbar\omega, E) dE, \quad P^{(2)}(\hbar\omega) = \int_{E_{g1}}^{\infty} \rho_r(E) \rho_{vv}^{(2)}(\hbar\omega, E) dE. \quad (8)$$

Выгорание пространственных провалов. Данный механизм нелинейного усиления учитывает перераспределение носителей заряда в поперечном сечении активной области в зависимости от интенсивности излучения [7]. При этом результирующее усиление и эффективный показатель преломления уменьшаются пропорционально отклонению концентрации носителей в области максимальной плотности фотонов от средней концентрации носителей в активной области. Поэтому параметр амплитудно-фазовой связи для нелинейного усиления совпадает с параметром амплитудно-фазовой связи α :

$$\beta_N = \alpha = (\partial n_r' / \partial N) / (\partial n_r'' / \partial N)|_S. \quad (9)$$

Для расчета β_N используются формулы (4), (5) в первом приближении ($k=0$) и концентрации носителей (7), при этом квазиуровни Ферми неявно пересчитываются в зависимости от концентрации неравновесных носителей в условиях электронеutralности.

В условиях выгорания пространственных провалов параметр нелинейного усиления зависит от вида лазерной структуры и для лазерного полоскового диода с сильным токовым ограничением и встроенным волноводом определяется выражением:

$$\epsilon_N = a_1^2 v_g g \tau / (2 + 8\pi L_{\text{eff}} / W), \quad (10)$$

где $g = \partial G / \partial N|_{S=0}$ — дифференциальное усиление; τ — время жизни неравновесных носителей заряда; L_{eff} — эффективная длина диффузии носителей, описывающая их поперечное движение в активном слое, а также дрейф носителей в эмиттерных областях под действием электрического поля, связанного с неоднородностью возбуждения активного слоя. По сравнению с [7] выражение (10) дополнительно учитывает поперечное оптическое ограничение излучения в плоскости активного слоя. Коэффициент a_1 определяется как первая компонента Фурье-разложения поперечного распределения нормированной интенсивности моды в активной области шириной W : $a_1 = (2/W) \int_S(y) \cos(2\pi y/W) dy$.

Выгорание спектральных провалов. Данный механизм нелинейного усиления предполагает наличие локальных изменений в спектре усиления из-за обеднения заселенности уровней, участвующих в вынужденных переходах. Поскольку поправка $\Delta n_r^{(3)}(\hbar\omega)$ к показателю преломления n_r пропорциональна плотности фотонов в резонаторе, параметр амплитудно-фазовой связи для нелинейного усиления можно вычислить варьированием величины S :

$$\beta_S = (\partial n_r' / \partial S) / (\partial n_r'' / \partial S)|_N. \quad (11)$$

Параметр нелинейного усиления, обусловленный спектральным выгоранием провалов:

$$\epsilon_S = -\frac{1}{G(N, 0)} \frac{\partial G(N, S)}{\partial S} \Big|_{S=0}, \quad (12)$$

где $G = -2\omega n_r'' / c$, c — скорость света в вакууме.

Для расчета β_S и ϵ_S используются формула (4) и выражения (7), (8) для концентрации носителей в первом и втором приближениях ($k=0, 2$), при этом квазиуровни Ферми неявно пересчитываются в зависимости от результирующей концентрации неравновесных носителей.

Динамический разогрев носителей излучением. Данный механизм нелинейного усиления предполагает быструю термализацию носителей заряда в зонах, так что их распределение по энергиям подчиняется статистике Ферми—Дирака, но из-за нарушения термодинамического равновесия в системе фононов температура электронного и дырочного газа больше, чем средняя температура кристаллической решетки [9]. В этом случае плотность фотонов в резонаторе влияет на комплексный показатель преломления из-за ее воздействия на температуру носителей заряда T (для упрощения вычислений в первом приближении полагаем, что температуры носителей и кристаллической решетки различаются незначительно). Тогда параметр амплитудно-фазовой связи вследствие динамического разогрева носителей может быть рассчитан путем варьирования температуры:

$$\beta_T = (\partial n_r' / \partial T) / (\partial n_r'' / \partial T)|_N. \quad (13)$$

Для расчета β_T используются формулы (4), (5) в первом приближении и концентрации носителей (7), при этом квазиуровни Ферми неявно пересчитываются в зависимости от концентрации неравновесных носителей и температуры.

Параметр нелинейного усиления для прямых переходов без учета спектрального уширения [6]:

$$\varepsilon_T = \frac{v_g \tau_T G_{\max}}{k_B T^2} \left(\frac{\partial U_e}{\partial T} \Big|_N \right)^{-1} \left(\frac{\partial U_e}{\partial N} \Big|_T - E_c \right)^2 f_e(E_c) (1 - f_e(E_c)). \quad (14)$$

где $G_{\max} = (\pi |v_{cv}|^2 \omega / n_r \varepsilon_0 c) (m_r / \pi \hbar^2 d)$ — максимальное усиление в квантовой яме, константа; τ_T — время релаксации температуры электронного газа; U_e — энергия электронного газа; E_c — энергия электронов, участвующих в прямых переходах. Частные производные берутся при постоянной концентрации N или температуре T . При одинаковом разогреве электронов и дырок справедливо выражение:

$$\varepsilon_T = \frac{v_g \tau_T G_{\max}}{k_B T^2} \left(\frac{\partial U_e}{\partial T} \Big|_N + \frac{\partial U_h}{\partial T} \Big|_N \right)^{-1} \left(\frac{\partial U_e}{\partial N} \Big|_T + \frac{\partial U_h}{\partial P} \Big|_T - \hbar \omega \right) \times \\ \times \left(\left(\frac{\partial U_e}{\partial N} \Big|_T - E_c \right) f_e(E_c) (1 - f_e(E_c)) + \left(\frac{\partial U_h}{\partial P} \Big|_T - E_v \right) f_e(E_v) (1 - f_e(E_v)) \right), \quad (15)$$

где U_h — энергия дырочного газа; E_v — энергия дырок, участвующих в прямых переходах.

Результаты и их обсуждение. Для расчетов использованы параметры кванторазмерной гетероструктуры вида $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}/\text{GaAs}$ с одной квантовой ямой: толщина квантовой ямы $d = 10$ нм, параметры релаксации $\gamma_{cv}^{-1} = 0.13$ пс, $\gamma_c^{-1} = \gamma_v^{-1} = 0.05$ пс, $\tau_T = 1$ пс, $T = 300$ К, ширина запрещенной зоны $E_g = 1.424$ эВ, эффективная масса электронов в зоне проводимости $m_c = 0.067m_e$, дырок в валентной зоне $m_v = 0.3m_e$.

На рис. 1 показаны зависимости спектров усиления и параметров β_j ($j = S, T, N$) от превышения энергии фотонов $\hbar\omega$ эффективной ширины запрещенной зоны при вариации уровня накачки. Параметры β_j во всех рассмотренных механизмах нелинейного усиления убывают с увеличением частоты ω и возрастают с повышением N . При этом во всем рассмотренном диапазоне частот параметр β_N для выгорания пространственных провалов больше, чем для нагрева носителей β_T , а последний больше, чем для выгорания спектральных провалов β_S . Как следует из рис. 1, б, наиболее динамично параметры β_j изменяются в длинноволновой области усиления (рис. 1, а).

Еще более явные различия между параметрами β_j в рассмотренных механизмах нелинейного усиления проявляются в максимуме спектра усиления (рис. 2). Так, для выгорания пространственных провалов при двумерной концентрации электронов в квантовой яме $N = 2 \cdot 10^{12}$ см⁻² величина $\beta_N \approx 1.5$ и растет с увеличением концентрации носителей. Для нагрева носителей $\beta_T = 0.5$ — 1.0 во всем рассмотренном интервале изменения концентрации электронов слабо зависит от уровня возбуждения. Для выгорания спектральных провалов параметр $\beta_S < 0.2$ и незначительно уменьшается с ростом уровня возбуждения. В расчетах полагалось, что в квантовой яме только одна пара уровней. Наличие других высоколежащих уровней должно приводить к некоторому увеличению рассчитанных коэффициентов β_j , так как носители на более высоких уровнях не дают вклада в усиление вблизи запрещенной зоны, но влияют на показатель преломления в этой области.

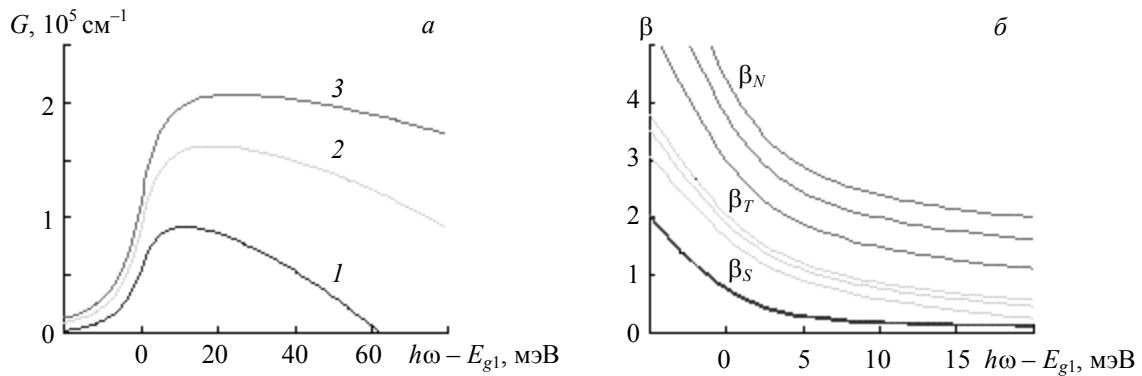


Рис. 1. Спектры усиления (а) и зависимости параметров амплитудно-фазовой связи для нелинейного усиления вследствие выгорания спектральных провалов β_S , динамического нагрева носителей излучением β_T и выгорания пространственных провалов β_N (б) от энергии квантов $\hbar\omega$ при двумерных концентрациях электронов в квантовой яме $N = 3 \cdot 10^{12}$ (1), $4 \cdot 10^{12}$ (2) и $5 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-2}$ (3)

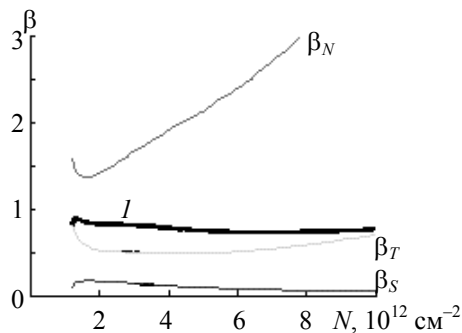


Рис. 2. Зависимости параметров амплитудно-фазовой связи β_j ($j = S, T, N$) в максимуме спектра усиления от концентрации неравновесных носителей заряда в квантовой яме; 1 — зависимость результирующего параметра амплитудно-фазовой связи для нелинейного усиления β

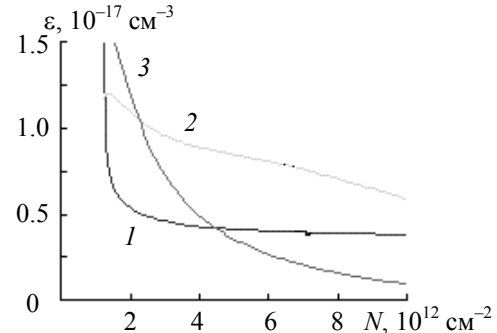


Рис. 3. Зависимости частных параметров нелинейного усиления ϵ_j ($j = S, T, N$) от концентрации неравновесных носителей заряда в квантовой яме; 1 — выгорание спектральных провалов, 2 — динамический нагрев носителей излучением, 3 — выгорание пространственных провалов

При одновременном действии нескольких механизмов нелинейного усиления результирующий параметр β представляется в виде взвешенной суммы:

$$\beta = \frac{\sum_j \beta_j \epsilon_j}{\sum_j \epsilon_j}. \quad (16)$$

Видно, что при явном преобладании одного механизма нелинейного усиления величина β соответствует этому механизму.

С целью оценки результирующего параметра β проведен расчет абсолютных значений ϵ_j ($j = S, T, N$) (рис. 3). Наибольший вклад в нелинейное усиление для широкого диапазона накачки вносит динамический нагрев носителей. При этом с ростом N значительно снижается вклад выгорания спектральных провалов, а ϵ_N для выгорания пространственных провалов стабилизируется.

С учетом (16) зависимость результирующего параметра амплитудно-фазовой связи для нелинейного усиления β показана на рис. 2. Рассчитанный параметр с увеличением уровня накачки слабо зависит от концентрации носителей и изменяется в диапазоне 0.7—0.9. Эти величины наиболее приближены к значениям β_T . Полученный результат свидетельствует о главной роли динамического разогрева носителей в формировании не только нелинейного усиления, но и соответствующего ему механизма амплитудно-фазовой связи.

Для определения нелинейного усиления в [13] применена методика на основе четырехволнового смещения, позволяющая напрямую выделить вклад разных механизмов с использованием различия характерных времен затухания нелинейной поляризации ~ 1 нс, 0.65 и 0.05 пс для выгорания пространственных провалов, динамического разогрева носителей излучением и выгорания спектральных провалов соответственно. Измеренные для структуры с множественными квантовыми ямами параметры амплитудно-фазовой связи $\alpha \equiv \beta_N = 8$, $\beta_S = 0.6$ и $\beta_T = 6.6$ согласуются с результатами теоретического анализа, показавшего, что для выгорания спектральных провалов β_S мало, а для динамического нагрева носителей излучением $\beta_T < \beta_N$. Большие величины β_j по сравнению с данными на рис. 2 связаны с тем, что измерения проводились не в максимуме спектра усиления, а со смещением на 30 мЭВ в длинноволновую область. Кроме того, измеренная в [13] большая величина нелинейного усиления ϵ для выгорания спектральных провалов, чем для нагрева носителей, может быть также обусловлена этим обстоятельством, поскольку числа заполнения низкоэнергетических состояний близки к единице и слабо зависят от вариации температуры.

В работе [3] для лазеров с вертикальным резонатором экспериментально измерены $\alpha = 2.5$ и $\beta = 1.7$. Поскольку $\beta \neq \alpha$, доминирующим механизмом нелинейного усиления не может выступать выгорание пространственных провалов. Кроме того, величина β не близка к нулю, что исключает выгорание спектральных провалов в качестве преобладающего механизма нелинейного усиления. Поэтому доминирующим механизмом нелинейного усиления в рассмотренном примере также следует считать динамический разогрев носителей излучением.

Заключение. Рассмотрено влияние таких механизмов нелинейного усиления, как динамический нагрев носителей излучением, спектральное и пространственное выгорание провалов, на параметр амплитудно-фазовой связи для нелинейного усиления β . Показано, что исследуемый параметр определяется взвешенной суммой параметров амплитудно-фазовой связи β_j , соответствующих указанным выше механизмам нелинейного усиления, при этом в качестве весовых коэффициентов используется вклад каждого механизма нелинейного усиления в суммарный параметр нелинейности. Указанный параметр в общем случае отличается от параметра амплитудно-фазовой связи α . Выявлена зависимость β от частоты излучения и уровня накачки, а также установлено, что преобладающее влияние на параметр β оказывает динамический нагрев носителей излучением.

- [1] C. H. Henry. IEEE J. Quantum Electron., **18** (1982) 259—264
- [2] A. B. Matioukhin, I. S. Manak, A. A. Afonenko. In “Krajovy Kongres Metrologii”, 24—27 July 2001, Warsaw, Poland, **2** (2001) 503—505
- [3] T. B. Simpson, F. Doff, E. Strzelecka. IEEE Photon. Technol. Lett., **13** (2001) 776—778
- [4] А. Б. Матюхин, А. А. Афоненко, И. С. Манак. Журн. прикл. спектр., **71** (2004) 66—69
[A. B. Matioukhin, A. A. Afonenko, I. S. Manak. J. Appl. Spectr., **71** (2004) 73—76]
- [5] J. M. Liu, T. B. Simpson. IEEE Photon. Techn. Lett., **4** (1993) 380—382
- [6] А. А. Афоненко, И. С. Манак. Кинетическая теория полупроводниковых инжекционных лазеров, Минск, БГУ (1998)
- [7] R. S. Tucker, D. J. Pope. IEEE J. Quantum Electron., **19** (1983) 1179—1183
- [8] G. P. Agrawal. IEEE J. Quantum Electron., **26** (1990) 1901—1909
- [9] L. F. Lester, B. K. Ridley. Appl. Phys. Lett., **72** (1992) 2579—2588
- [10] M. A. Summerfield, R. S. Tucker. IEEE J. Select. Topics Quantum Electron., **5** (1999) 839—850
- [11] M. Al Mulla, J. M. Liu. IEEE J. Quantum Electron., **50** (2014) 158—165
- [12] J. Zhou, N. Park, J. W. Dawson, K. J. Vahala, M. A. Newkirk, B. I. Miller. IEEE Photon. Technol. Lett., **6** (1994) 50—52
- [13] K. Kikuchi, M. Amano, C. E. Zah, T. P. Lee. Appl. Phys. Lett., **64** (1994) 548—550
- [14] А. А. Афоненко, И. С. Манак. Электромагнитная теория полупроводниковых лазеров, Минск, БГУ (1997)
- [15] M. Yamada, Y. J. Suematsu. Appl. Phys. Lett., **52** (1981) 2653—2664