

ДИАГНОСТИКА СИСТЕМАТИЧЕСКИХ ОШИБОК ПРИ РЕГИСТРАЦИИ ОДНОФОТОННЫМИ ДЕТЕКТОРАМИ

П. И. Новик

УДК 535.14

Институт физики НАН Беларуси,
220072, Минск, просп. Независимости, 68-2, Беларусь; e-mail: ptr.novik@gmail.com

(Поступила 5 июля 2019)

Исследованы методы обнаружения и восстановления дрейфа параметров в случайных выборках. Эти методы применены как для модельных задач, так и для реальных экспериментальных данных, в которых присутствовал дрейф. Для экспериментальных данных восстановлен дрейф и получена зависимость вероятности несрабатывания детекторов от времени с учетом и без учета дрейфа.

Ключевые слова: квантовая оптика, квантовая томография, систематические ошибки.

Methods for detecting and recovering drift of parameters in random samples are investigated. These methods were applied both for model problems and for real experimental data in which drift was present. For the experimental data, the drift was recovered and the dependence of the detector failure probability on time was obtained with and without drift.

Keywords: quantum optics, quantum tomography, systematic errors.

Введение. В последнее время наблюдается повышенный интерес к таким приложениям квантовой механики, как квантовая криптография [1], квантовые вычисления [2] и квантовая микроскопия [3, 4], что проявляется в попытках создания устройств, способных работать не только в лабораторных, но и в реальных условиях. Однако для реализации перечисленных технологий необходим анализ таких явлений, как процессы декогеренции, проверка приготовленных квантовых состояний и ожидаемой динамики квантовых систем.

В силу фундаментальных особенностей квантовой механики присутствуют ограничения на исследование квантовых объектов. Невозможно измерять их состояния подобно тому, как это делается в классической физике. Измерение разрушает приготовленное состояние, кроме того, неизвестное состояние невозможно точно клонировать [5]. Тем не менее можно реконструировать квантовые состояния, используя методы квантовой томографии [6—9].

Квантовая томография — процесс нахождения параметров, полностью описывающих квантовое состояние, например, матрицы плотности, соответствующей этому состоянию. Принцип, лежащий в основе квантовой томографии, заключается в том, что, повторяя измерения состояния, относительные частоты результатов (отношение количества конкретного результата к общему числу экспериментов) можно отождествить с вероятностями, которые определяются квантовым состоянием системы, и восстановить матрицу плотности, основываясь на полученных результатах. Математически данную задачу можно сформулировать следующим образом. Пусть имеется некоторый набор параметров, характеризующих состояние системы $\{c_j\}$. Зная конкретную измерительную схему, можно рассчитать вероятности различных измерений для этой схемы $p_i(\{c_j\})$. В эксперименте в свою очередь получают относительные частоты исходов f_i . Задача квантовой томографии — отыскание такого набора коэффициентов $\{c_j\}$, который лучше всего описывает экспериментальные результаты. Таким

DIAGNOSTICS OF SYSTEMATIC ERRORS DURING REGISTRATION BY THE SINGLE-PHOTON DETECTORS

P. I. Novik (B. I. Stepanov Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Belarus, 68-2 Nezavisimosti Prosp., Minsk, 220072, Belarus; e-mail: ptr.novik@gmail.com)

образом, в рамках данного подхода (так называемой “точечной оценки” [6]) задача сводится к минимизации расстояния между набором вероятностей и набором измеренных частот, например, отысканию

$$\min(\sum |p_i(\{c_j\}) - f_i|).$$

Если в эксперименте присутствует лишь естественная случайность квантового измерения (статистическая ошибка), то ее влияние можно сделать сколь угодно малым за счет увеличения количества повторений измерительного процесса (увеличения числа копий измеряемого состояния). В реальных измерениях всегда присутствуют ошибки систематического характера, например зависящий от времени дрейф параметров источника квантовых состояний или измерительной установки. Его обнаружение и компенсация представляют собой важную задачу для квантовой томографии, поскольку попытки уменьшить статистическую ошибку могут привести к возрастанию влияния систематической ошибки [10].

Данная работа посвящена обнаружению дрейфа на основе имеющейся последовательности экспериментальных данных. Для восстановления дрейфа использованы два метода — метод скользящих средних и метод эмпирического модального разложения (EMD) [11].

Результаты численного моделирования. Чтобы продемонстрировать основные особенности предлагаемого подхода, рассмотрим простейшую модельную задачу — определение среднего числа фотонов в когерентном состоянии $|\alpha\rangle$ с помощью прямого детектирования. В эксперименте амплитуда состояния может дрейфовать, как и квантовая эффективность η детектора, что напрямую влияет на результаты эксперимента. Для определенности считаем $\alpha = \text{const}$ и $\eta = \eta(t)$. В этом случае количество измеренных фотонов $\alpha_{\text{изм}}(t) = \alpha\eta(t)$. Когда представляет интерес именно число фотонов в начале эксперимента, обычное усреднение по выборке приведет к ошибкам из-за дрейфа, т. е. необходима обработка данных для восстановления дрейфа. Для моделирования сгенерирована выборка, имеющая распределение Пуассона. На рис. 1 показан результат использования EMD [11]. Такой подход помогает найти правильное значение среднего числа фотонов.

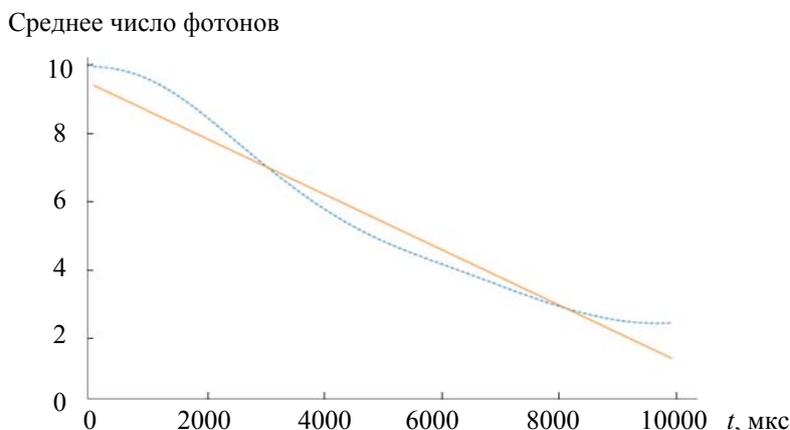


Рис. 1. Результат восстановления дрейфа для выборки, имеющей пуассоновское распределение с линейно изменяющимся математическим ожиданием; сплошная линия — истинное значение, штриховая — восстановленное

В случае данных низкого качества прямое использование метода EMD не дает надежных результатов. Сначала для первичной обработки следует использовать метод скользящего среднего (Приложение), а затем EMD (рис. 2). Пример таких данных можно получить при регистрации с помощью однофотонного детектора. В этом случае вероятность обнаружения фотона зависит от времени: $p = p(t)$. Такой подход помогает восстанавливать различные типы дрейфов (монотонные или осциллирующие). Однако метод скользящего среднего может игнорировать колебания, если окно содержит так много минимумов и максимумов, что выбранный порядок полиномов не может аппроксимировать их все.

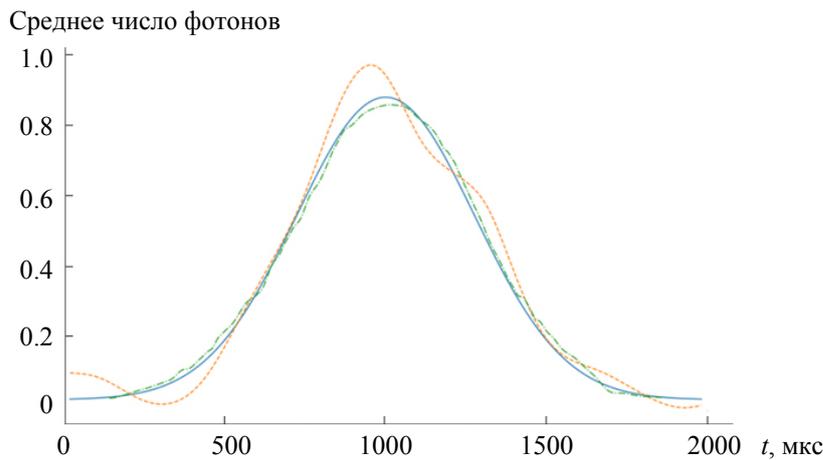


Рис. 2. Результат восстановления дрейфа (сплошная линия) с использованием EMD (штриховая линия) и комбинации метода EMD и скользящего среднего (штрихпунктир) для $p(t) = \exp[-(t - t_0)^2/\sigma]$

Результаты обработки экспериментальных данных. В реальных экспериментальных схемах некоторые параметры могут специально изменяться со временем для определения квантового состояния системы. Пример такой экспериментальной схемы — томография на основе изменения перекрытия [12]. В этом случае вероятность несрабатывания детектора, определяемая в эксперименте, описывается выражением:

$$p = \sum_j c_s^j \exp \left[-T^2 \eta \left(|\alpha_j|^2 + \mu^2 |\beta|^2 + \mu \phi \alpha_j^* \beta + \mu \phi^* \beta^* \alpha_j \right) \right],$$

где c_s^j — коэффициенты, характеризующие неизвестное состояние, представленное в виде смеси когерентных проекторов с амплитудами α_j (согласно методу “паттернов данных” [13—16]), и подлежащие восстановлению; ϕ — перекрытие известного когерентного состояния и неизвестного состояния, которое изменяется контролируемым образом; T, η, μ, β — параметры экспериментальной установки.

Оказалось, что параметр η (эффективность детектирования) подвержен дрейфу. После учета и компенсации дрейфа получена оценка состояния (смеси вакуума, однофотонного и двухфотонного состояний [12]) и рассчитаны вероятности несрабатывания детектора (отсутствия отсчетов) (рис. 3).

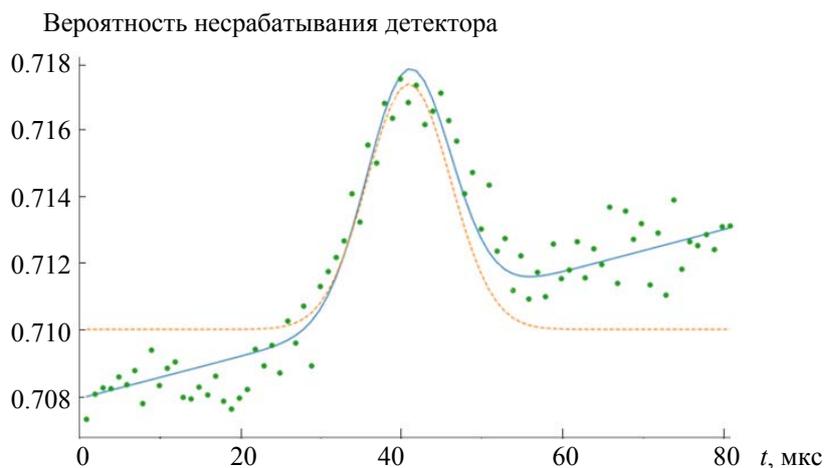


Рис. 3. Зависимость вероятности несрабатывания детектора от порядкового номера используемого перекрытия без учета дрейфа (штриховая линия), с учетом дрейфа (сплошная линия), точки — экспериментальные значения

Видно, что описанный метод позволяет обнаруживать и компенсировать дрейф чувствительности детектора в реальном томографическом эксперименте. Сплошная линия весьма точно воспроизводит средний ожидаемый в результате дрейфа результат, в то время как предположение об отсутствии дрейфа (штриховая линия) не позволяет с приемлемой точностью подобрать состояние, воспроизводящее экспериментальные результаты [12].

Заключение. Предложен и применен к реальным экспериментальным данным метод восстановления произвольного дрейфа параметров измерительной установки, состоящий в сочетании методов скользящего окна и метода эмпирического модального разложения. Показано, что учет наличия дрейфа и его компенсация приводят к существенному улучшению результатов восстановления неизвестного квантового состояния.

Автор благодарен А. Б. Михалычеву и Д. С. Могилевцеву за плодотворное обсуждение работы.

Приложение. Метод скользящих средних.

Для восстановления дрейфа выбираются первые $2m + 1$ члены выборки, которые образуют так называемое окно $u_{-m}, u_{-m+1}, \dots, u_m$ (нумерация введена для удобства). Пусть этот ряд аппроксимируется полиномом степени n . Коэффициенты этого полинома находятся с помощью метода наименьших квадратов, что приводит к условию:

$$\frac{\partial}{\partial a_j} \sum_{t=-m}^m (u_t - a_0 - a_1 t - \dots - a_n t^n) = 0.$$

В результате получается система уравнений ($k = 0, 1, \dots, n$)

$$\sum_{-m}^m u_t t^k = \sum_{j=0}^n a_j \sum_{-m}^m t^{k+j},$$

которая распадается на две независимые системы: для коэффициентов с четными и нечетными индексами. Из вида аппроксимации следует $f(0) = (a_0 + a_1 t + \dots + a_n t^n) |_{t=0} = a_0$. Решив данную систему, получим

$$a_0 = \sum_{t=-m}^m c_t u_t.$$

Таким образом, величина $f(0)$, которая собственно и является искомой, будет взвешенным средним экспериментальных значений u_t .

- [1] С. Я. Килин, Д. Б. Хорошко, А. П. Низовцев. Квантовая криптография: идеи и практика, Москва, Наука (2007)
- [2] T. D. Ladd, F. Jelezko, R. Laflamme, Y. Nakamura, Ch. Monroe, J. L. O'Brien. Nature, **464** (2010) 45—53
- [3] Y. H. Shih. IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron., **13** (2007) 1016—1030
- [4] P. Zhang, W. Gong, X. Shen, D. Huang, S. Han. Opt. Lett., **34** (2009) 1222—1224
- [5] X.-H. Chen, I. N. Agafonov, K.-H. Luo, Q. Lui, R. Xian, M. V. Chekhova, L.-A. Wu. Opt. Lett., **35**, N 8 (2010) 1166—1168
- [6] W. K. Wootters, W. H. Zurek. Nature, **299** (1982) 802—803
- [7] Y. S. Teo. Introduction to Quantum-State Estimation, World Scientific Publishing Co., Singapore (2015)
- [8] Quantum State Estimation, Lecture Notes in Physics, Ed. J. Rehacek, M. Paris, Springer, Berlin (2004)
- [9] Z. Hradil, D. Mogilevtsev, J. Řeháček. Phys. Rev. Lett., **96**, N 23 (2006) 230401
- [10] D. Mogilevtsev, J. Řeháček, Z. Hradil. Phys. Rev. A, **75**, N 1 (2007) 012112
- [11] Y. S. Teo, H. Zhu, B.-G. Englert, J. Rehacek, Z. Hradil. Phys. Rev. Lett., **107** (2011) 020404
- [12] D. Mogilevtsev, Z. Hradil, J. Řeháček, V. S. Shchesnovich. Phys. Rev. Lett., **111** (2013) 120403
- [13] N. E. Huang, Zheng Shen, S. R. Long, M. C. Wu, H. H. Shih, Q. Zheng, Nai-Chyuan Yen, Chi Chao Tung, H. H. Liu. Proc. Royal Soc. London. A: Math., Phys., Eng. Sci., **454** (1998) 903—995
- [14] J. Tiedau, J., V. S. Shchesnovich, D. Mogilevtsev, V. Ansari, G. Harder, T. J. Bartley, N. Korolkova, Ch. Silberhorn. New J. Phys., **20** (2018) 033003
- [15] J. Řeháček, D. Mogilevtsev, Z. Hradil. Phys. Rev. Lett., **105**, N 1 (2010) 010402
- [16] D. Mogilevtsev, A. Ignatenko, A. Maloshtan, B. Stoklasa, Řeháček, Z. Hradil. New J. Phys., **15**, N 2 (2013) 025038