

**РЕЗОНАНСНОЕ ВЫНУЖДЕННОЕ КОМБИНАЦИОННОЕ РАССЕЙЯНИЕ
С УЧЕТОМ ДЕЙСТВИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ НА ЗАСЕЛЕННОСТИ УРОВНЕЙ****П. А. Апанасевич^{*}, Г. И. Тимофеева**

УДК 535.375.5;535.42

Институт физики НАН Беларуси,

220072, Минск, просп. Независимости, 68-2, Беларусь; e-mail: p.apanasevich@dragon.bas-net.by

(Поступила 22 апреля 2019)

Построена система уравнений, описывающая резонансное вынужденное и спонтанное комбинационное рассеяние оптического излучения с учетом действия излучения на заселенности уровней рассеивающих центров. В простейшем случае проанализирована зависимость вклада резонансного перехода в коэффициент ВКР-усиления от расстройки резонанса.

Ключевые слова: резонансное комбинационное рассеяние, вынужденное комбинационное рассеяние, поглощение излучения, заселенность уровня.

In this paper we proposed an equation system describing resonance stimulated and spontaneous Raman scattering in view of the impact of optical radiation on the population of the energy levels of scattering centers. The dependence of the contribution of the resonant transition in the Raman gain coefficient on the mismatch of resonance is analyzed in the simplest case.

Keywords: resonance Raman scattering, stimulated Raman scattering, radiation absorption, population of levels.

Введение. Спектроскопии резонансного комбинационного рассеяния (РКР) посвящено большое количество экспериментальных и теоретических работ (см., например, [1—13]). Это направление спектроскопии начало интенсивно развиваться в 60-е гг. XX в. после открытия лазеров. Комбинационное рассеяние (КР) представляет собой двухфотонный процесс, при котором фотоны возбуждающего излучения (накачки) преобразуются в фотоны стоксова излучения, при этом разность частот этих фотонов равна частоте перехода частиц среды между уровнями, однофотонный переход между которыми, как правило, запрещен. Возможность такого процесса объясняется участием в нем промежуточных уровней среды, однофотонные переходы на которые разрешены. Частоты ω_{k1} переходов на эти уровни обычно существенно отличаются от частоты ω_p возбуждающего излучения, и в процессе КР участвует много промежуточных уровней. РКР называется КР в случае, когда частота возбуждающего излучения практически совпадает с частотой перехода хотя бы на один промежуточный уровень (например, уровень 3 на рис. 1). Считается, что вклад этого резонансного двухфотонного перехода в интенсивность КР в $[\gamma_{31}^2 + (\omega_{31} - \omega_p)^2]/\gamma_{31}^2$ раз больше вклада, вносимого им в нерезонансном случае (при $(\omega_{31} - \omega_p)^2 \gg \gamma_{31}^2$, где γ_{31} — спектральная полуширина перехода 1→3). При этом не учитывается, что при приближении частоты накачки к резонансу возрастают ее поглощение и действие излучения на заселенности уровней рассеивающей среды.

При низких интенсивностях I_p возбуждающего излучения фотоны КР возникают в основном спонтанно и распространяются во всех направлениях. Спонтанное КР (СКР) лежит в основе спектроскопии КР. С ростом I_p может возникать и вынужденное КР (ВКР), приводящее к усилению СКР.

STIMULATED RESONANCE RAMAN SCATTERING IN VIEW OF THE IMPACT OF RADIATION ON THE POPULATION OF ENERGY LEVELS**P. A. Apanasevich^{*}, G. I. Timofeeva** (B. I. Stepanov Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Belarus, 68-2 Nezavisimosti Prosp., Minsk, 220072, Belarus; e-mail: p.apanasevich@dragon.bas-net.by)

^{*} Автор, с которым следует вести переписку.

При I_p , превышающих так называемое пороговое значение, в направлениях значительного перекрытия с пучком возбуждающего излучения ВКР приводит к существенному усилению стока излучения, что широко используется для преобразования частоты лазерного излучения.

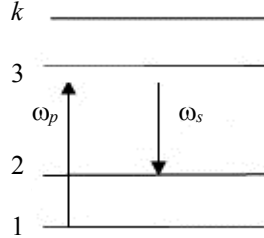


Рис. 1. Примерная схема взаимного расположения частот излучения и уровней рассеивающих центров

В данной работе получена система уравнений, описывающая СКР и ВКР, включая резонансное (РВКР), с учетом действия излучения на заселенности уровней рассеивающих центров. На основе этих уравнений проанализирована зависимость порога ВКР от степени резонанса накачки с одним из промежуточных переходов, участвующих в КР.

Уравнения для полей излучения и заселенностей уровней при РВКР. В основу теоретического описания РВКР положим уравнения переноса амплитуд электрических полей накачки и стоковой компоненты [14—16]. Зависимость поляризации рассеивающей среды от интенсивности рассматриваемых полей определим, пользуясь уравнениями для матрицы плотности ρ_{ij} :

$$d\rho_{ij}/dt = -i\sum_k (V_{ik}\rho_{kj} - \rho_{ik}V_{kj}) - \gamma_{ij}\rho_{ij} + \delta_{ij}\sum_k d_{ki}\rho_{kk}. \quad (1)$$

Здесь $V_{ik} = (p_{ik}E/h)\exp(i\omega_{ik})$ — тензор взаимодействия дипольного момента перехода $i \leftrightarrow k$ с полем излучения E , отнесенный к постоянной Планка h ; ω_{ik} и p_{ik} — частота и проекция дипольного момента этого перехода на напряженность поля излучения E ; ρ_{ij} — амплитуда перехода $i \leftrightarrow j$ при $i \neq j$ и вероятность нахождения рассеивающих центров на уровне i при $i = j$; при $i \neq j$ $\gamma_{ji} = \gamma_{ij}$ — спектральная полуширина перехода, при $i = j$ $\gamma_{ii} = \sum_k d_{ik}$ — сумма вероятностей d_{ik} переходов с уровня i на уровни k , включая оптические спонтанные переходы типа флуоресценции; δ_{ij} — δ -функция.

Полагаем, что поле излучения состоит из накачки и стоковой компоненты вдоль оси z :

$$E(t) = \sum_x (E_x^+ e^{+i\omega_x t} + E_x^- e^{-i\omega_x t}), \quad (2)$$

где ω_x и $E_x^+ = E_x^{*-}$ — частоты и амплитуды полей накачки ($x = p$) и стоковой компоненты ($x = s$). Учитываем только резонансные переходы с элементами тензора взаимодействия

$$V_{31}^- = (p_{31}^p E_p^- / h) \exp(\omega_{31} t - \omega_p t), \quad V_{32}^- = (p_{32}^s E_s^- / h) \exp(\omega_{32} t - \omega_s t) \quad (3)$$

и их комплексно сопряженными аналогами. Считаем, что изменениями амплитуд полей на временах $1/\gamma_{ij}$ можно пренебречь, т. е. спектральная ширина пучков излучения значительно меньше спектральных ширин $2\gamma_{ij}$ соответствующих переходов. При этих условиях для рассматриваемых полей получаются уравнения [13—16]

$$\frac{1}{u_p} \frac{\partial E_p^-}{\partial t} + \frac{\partial E_p^-}{\partial z} = \frac{2\pi h \omega_p}{c n_p} N \left[\frac{|p_{13}^p / h|^2 (\rho_{11} - \rho_{33})}{i(\omega_{31} - \omega_p) - \gamma_{31}} E_p^- - \frac{|p_{13}^p p_{32}^s / h^2|^2 F(\omega_p, \omega_s)}{i(\omega_{32} - \omega_s) - \gamma_{32}} |E_s^-|^2 E_p^- \right] - \alpha_p E_p^-, \quad (4)$$

$$\frac{1}{u_s} \frac{\partial E_s^+}{\partial t} + \frac{\partial E_s^+}{\partial z} = \frac{2\pi h \omega_s}{c n_s} N \left[\frac{|p_{23}^s / h|^2 (\rho_{33} - \rho_{22})}{i(\omega_{32} - \omega_s) + \gamma_{32}} E_s^+ + \frac{|p_{13}^p p_{32}^s / h^2|^2 F(\omega_p, \omega_s)}{i(\omega_{31} - \omega_p) + \gamma_{31}} |E_p^+|^2 E_s^+ \right] - \alpha_s E_s^+, \quad (5)$$

$$F(\omega_p, \omega_s) = \frac{1}{i(\omega_{21} + \omega_s - \omega_p) - \gamma_{21} - \phi} \left(\frac{\rho_{11} - \rho_{33}}{i(\omega_{31} - \omega_p) - \gamma_{31}} - \frac{\rho_{22} - \rho_{33}}{i(\omega_{32} - \omega_s) + \gamma_{32}} \right), \quad (6)$$

где u_x , n_x и α_x — групповые скорости, показатели преломления и коэффициенты потерь накачки ($x = p$)

и стоксовой компоненты ($x = s$) соответственно; N — объемная плотность рассеивающих частиц;

$$\phi = \frac{|p_{13}^p E_p / h|^2}{i(\omega_{31} - \omega_p) + \gamma_{31}} + \frac{|p_{23}^s E_x / h|^2}{i(\omega_{32} - \omega_s) + \gamma_{32}}$$

— функция, определяющая изменения спектральной ширины $\text{Re}\phi$ и частоты $\text{Im}\phi$ перехода $2 \rightleftharpoons 1$ под действием излучения.

При практических применениях приведенные уравнения должны быть дополнены граничными условиями: значениями E_p и E_s на входе в рассеивающую среду (при $z = 0$). Если $E_s(0) = 0$, то ВКР может возникнуть из спонтанного испускания, что можно учесть, заменив E_s в слагаемом правой части уравнения (5), пропорциональном ρ_{11} , на $E_s + e_s$, где e_s — амплитуда электромагнитного поля в вакуумном состоянии (см. ниже).

Первые слагаемые в правых частях уравнений (4) и (5) описывают поглощение (при $\rho_{ii} > \rho_{33}$) или усиление (при $\rho_{ii} < \rho_{33}$) накачки и стоксовой компоненты на однофотонных переходах; вторые — ВКР накачки ω_p в стоксово излучение частоты $\omega_s = \omega_p - \omega_{21}$. Отметим, что при $\omega_{3i} - \omega_x \gg \gamma_{3i}$, т. е. в отсутствие резонанса с промежуточным уровнем 3, выражение в скобках в (6) принимает вид $(\rho_{11} - \rho_{22})/i(\omega_{31} - \omega_p)$ и приведенные выше уравнения после учета вклада других нерезонансных промежуточных уровней принимают вид уравнений, обычно используемых при анализе ВКР.

Как уже отмечалось, в случае РКР может быть существенно действие излучения на заселенности уровней ρ_{ii} . В области применимости уравнений (4) и (5) это действие определяется уравнениями [17]:

$$\frac{d\rho_{11}}{dt} = -\frac{2|p_{13}^p/h|^2 \gamma_{31}}{(\omega_{31} - \omega_p)^2 + \gamma_{31}^2} |E_p^+|^2 (\rho_{11} - \rho_{33}) - 2 \left| \frac{p_{13}^p p_{32}^s}{h^2} \right|^2 |E_s^+|^2 |E_p^-|^2 \text{Re} \frac{F(\omega_p, \omega_s)}{i(\omega_{32} - \omega_s) - \gamma_{32}} + d_{21}\rho_{22} + d_{31}\rho_{33} - d_{12}\rho_{11}, \quad (7)$$

$$\frac{d\rho_{22}}{dt} = -\frac{2|p_{23}^s/h|^2 \gamma_{32}}{(\omega_{32} - \omega_s)^2 + \gamma_{32}^2} |E_s^+|^2 (\rho_{22} - \rho_{33}) + 2 \left| \frac{p_{13}^p p_{32}^s}{h^2} \right|^2 |E_p^-|^2 |E_s^+|^2 \text{Re} \frac{F(\omega_p, \omega_s)}{i(\omega_{31} - \omega_p) - \gamma_{31}} + d_{32}\rho_{33} - d_{21}\rho_{22} + d_{12}\rho_{11}. \quad (8)$$

С учетом равенства $\rho_{33} = 1 - \rho_{11} - \rho_{22}$ первые слагаемые в правой части уравнений (7) и (8) учитывают действие на заселенности уровней однофотонных переходов, вторые — действие ВКР. При записи этих уравнений предположено, что неоптическими переходами с уровнями 1 и 2 на уровень 3 и переходами между рассматриваемыми и другими уровнями можно пренебречь.

Как следует из (4)—(8), в общем случае эффективность резонансного ВКР очень сложно зависит от разностей частот излучения и среды, а также других параметров. Проанализируем эти зависимости при упрощающих предположениях: $\omega_p - \omega_s = \omega_{21}$, $\gamma_{31} = \gamma_{32} = \gamma$ и $\phi \approx 0$. Для этого воспользуемся уравнениями для интенсивностей $I_x = cn_x |E_x^+|^2 / 2\pi$ накачки ($x = p$) и стоксова пучка ($x = s$), которые легко получаются из (4)—(8) и при сделанных предположениях имеют вид:

$$\frac{1}{u_p} \frac{\partial I_p}{\partial t} + \frac{\partial I_p}{\partial z} = -\omega_p h N b_{13}^p \frac{1}{1 + \beta^2} I_p (\rho_{11} - \rho_{33}) - 2\alpha_p I_p - g_p (\rho_{11} - \rho_{22}) I_p I_s + \omega_p h N \frac{b_{13}^p b_{32}^s}{2\gamma_{21} (1 + \beta^2)^2} [(\rho_{11} + \rho_{22} - 2\rho_{33}) - \beta^2 (\rho_{11} - \rho_{22})] I_p I_s, \quad (9)$$

$$\frac{1}{u_s} \frac{\partial I_s}{\partial t} + \frac{\partial I_s}{\partial z} = -\omega_s h N b_{32}^s \frac{1}{1 + \beta^2} (\rho_{22} - \rho_{33}) I_s - 2\alpha_s I_s + g_s (\rho_{11} - \rho_{22}) I_p I_s + \omega_s h N \frac{b_{13}^p b_{32}^s}{2\gamma_{21} (1 + \beta^2)^2} [(\rho_{11} + \rho_{22} - 2\rho_{33}) + \beta^2 (\rho_{11} - \rho_{22})] I_p I_s + \omega_s h N \frac{b_{13}^p b_{32}^s}{2\gamma_{21} (1 + \beta^2)^2} \rho_{11} I_p I_s, \quad (10)$$

$$\frac{d\rho_{11}}{dt} = -b_{13}^p \frac{1}{1 + \beta^2} I_p (\rho_{11} - \rho_{33}) + d_{21}\rho_{22} + d_{31}\rho_{33} - d_{12}\rho_{11} + \frac{b_{13}^p b_{32}^s}{2\gamma_{21} (1 + \beta^2)^2} [(\rho_{11} + \rho_{22} - 2\rho_{33}) - \beta^2 (\rho_{11} - \rho_{22})] I_p I_s, \quad (11)$$

$$\frac{d\rho_{22}}{dt} = -b_{32}^s \frac{1}{1 + \beta^2} I_s (\rho_{22} - \rho_{33}) - d_{21}\rho_{22} + d_{32}\rho_{33} + d_{12}\rho_{11} + \frac{b_{13}^p b_{32}^s}{2\gamma_{21} (1 + \beta^2)^2} [(\rho_{11} + \rho_{22} - 2\rho_{33}) + \beta^2 (\rho_{11} - \rho_{22})] I_p I_s. \quad (12)$$

Здесь $\beta = (\omega_{31} - \omega_p)/\gamma = (\omega_{32} - \omega_s)/\gamma$ — расстройка однофотонных резонансов, деленная на их спектральную ширину; $b_{13}^x = 4\pi \frac{|p_{13}^x/h|^2}{cn_x \gamma_{13}}$ — коэффициенты Эйнштейна для вынужденных переходов. Ве-

личины $B_{i3} = b_{i3}^p I_x$ имеют смысл вероятности этих переходов, вызванных строго резонансным излучением интенсивности I_x и спектральной ширины, значительно меньшей γ_{i3} . Уравнения (9) и (10) записаны с учетом нерезонансного ВКР и СКР, благодаря чему применимы и для описания РКР в направлениях, отличных от направления возбуждающего излучения; $g_s = (\omega_s/\omega_p)g_p$ — коэффициент нерезонансного ВКР-усиления без учета резонансного промежуточного уровня 3; $i_s = cn_s|e_s|^2/2\pi = n_s^2 h \omega_s^3 \delta\omega\theta/16\pi^3 u_s^2$ — интенсивность вакуумного поля в интервале частот $\delta\omega$ и телесном угле θ .

Порог РВКР-усиления. Из (10) следует, что ВКР приводит к усилению стоковского излучения при выполнении условия

$$\frac{\omega_s h N b_{32}^s}{1 + \beta^2} \left\{ \frac{b_{13}^p I_p}{2\gamma_{21}(1 + \beta^2)} [(\rho_{11} + \rho_{22} - 2\rho_{33}) + \beta^2(\rho_{11} - \rho_{22})] - (\rho_{22} - \rho_{33}) \right\} + g_s(\rho_{11} - \rho_{22})I_p - 2a_s \geq 0. \quad (13)$$

При знаке равенства соотношение (13) определяет пороговое, т. е. минимальное значение интенсивности накачки I_{th} , необходимое для получения ВКР-усиления. Первое слагаемое в соотношении (13) определяет вклад, вносимый в ВКР-усиление резонансным промежуточным уровнем 3. Этот вклад положителен при интенсивностях накачки I_p , удовлетворяющих неравенству

$$\frac{b_{13}^p I_p}{2\gamma_{21}(1 + \beta^2)} [(\rho_{11} + \rho_{22} - 2\rho_{33}) + \beta^2(\rho_{11} - \rho_{22})] - (\rho_{22} - \rho_{33}) \geq 0, \quad (14)$$

после подстановки в него ρ_{ii} , определяемых уравнениями (11) и (12) с учетом $\rho_{33} = 1 - \rho_{11} - \rho_{22}$. При знаке равенства соотношение (14) определяет максимальную интенсивность накачки I_m , при которой ВКР полностью погашается поглощением стоковского излучения самими рассеивающими центрами. Эта величина должна быть по возможности небольшой.

Пользуясь (14), рассмотрим зависимость I_m от расстройки резонанса β^2 в стационарном случае в предположении, что действием стоковского излучения на заселенности уровней рассеивающих центров можно пренебречь (припороговая область). Из (11) и (12) следует, что в этой простейшей ситуации зависимость заселенностей уровней от интенсивности накачки определяется формулами:

$$\begin{aligned} \rho_{11} &= [b_{13}^p I_p + (1 + \beta^2)(d_{31} + d_{32})]d_{21} / D, \\ \rho_{22} &= [b_{13}^p I_p (d_{12} + d_{32}) + (1 + \beta^2)d_{12}(d_{31} + d_{32})] / D, \\ \rho_{33} &= b_{13}^p I_p d_{21} / D, \\ D &= b_{13}^p I_p (2d_{21} + d_{32} + d_{12}) + (1 + \beta^2)(d_{31} + d_{32})(d_{21} + d_{12}). \end{aligned} \quad (15)$$

При анализе соотношений (14) и (15) необходимо учитывать, что в реальных средах релаксационные параметры d_{ij} , как правило, удовлетворяют соотношениям: $d_{31} \approx d_{32} > d_{21}$, $\gamma_{21} > d_{21} + d_{12}$ и $d_{12} < d_{21}$.

На рис. 2 приведены зависимости I_m (точнее $x = b_{13}^p I_m / d_{21}$) от расстройки резонанса β^2 в области малых β^2 , рассчитанные по равенству (14) с учетом (15). При этом спектральная ширина γ_{21} и все вероятности переходов, включая $b_{13}^p I_p$, отнесены к вероятности d_{21} , т. е. взяты в безразмерном виде. Видно, что в области $\beta^2 = 0-10$ величина I_m сложно зависит от всех релаксационных параметров. Она растет с уменьшением β^2 , достигая максимального значения при $\beta^2 \neq 0$. При этом I_m тем меньше, чем меньше спектральная ширина перехода γ_{21} , на котором происходит КР (кривые 1-3), и чем меньше вероятности переходов d_{31} , d_{32} и d_{12} (кривые 1, 4 и 5), а следовательно, чем больше заселенность уровня 3 и меньше заселенность уровня 2.

В другом предельном случае, при больших отстройках от резонанса ($\beta^2 \gg b_{13}^p I_p / d_{12}$) действием излучения накачки на заселенности уровней можно пренебречь и из (14) для определения I_m получить равенство

$$b_{13}^p I_m / 2\gamma_{21} = \frac{\rho_{22}^0}{\rho_{11}^0 - \rho_{22}^0} = \frac{d_{12}}{d_{21} - d_{12}} = \frac{1}{\exp(1.44\nu_{21} / T) - 1}, \quad (16)$$

где ρ_{ii}^0 — заселенности уровней при термодинамическом равновесии; ν_{21} — частота перехода, на котором происходит КР, см⁻¹; T — температура, К. Из (16) видно, что в этой явно нерезонансной области I_m вообще не зависит от β^2 , и ее значение ниже значений вблизи резонанса, иногда существенно.

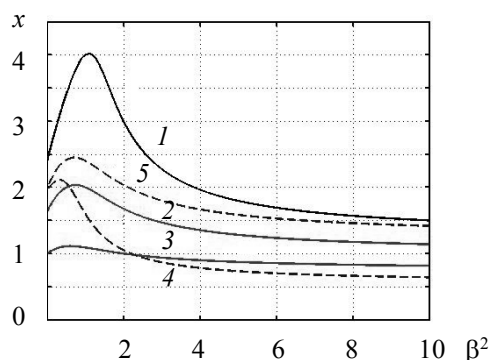


Рис. 2. Зависимость $I_m = x d_{21} / b_{13}^p$ от β^2 : 1 — $d_{12}/d_{21} = 0.2$, $d_{32}/d_{21} = 2.0$, $\gamma_{12}/d = 2.5$; 2 — $d_{12}/d_{21} = 0.2$, $d_{32}/d_{21} = 2.0$, $\gamma_{12}/d = 2.0$; 3 — $d_{12}/d_{21} = 0.2$, $d_{32}/d_{21} = 2.0$, $\gamma_{12}/d = 1.5$; 4 — $d_{12}/d_{21} = 0.1$, $d_{32}/d_{21} = 2.0$, $\gamma_{12}/d = 2.5$; 5 — $d_{12}/d_{21} = 0.2$, $d_{32}/d_{21} = 15$, $\gamma_{12}/d = 2.5$

Согласно (13), вклад, вносимый в коэффициент ВКР-усиления уровнем 3 при $I_p > I_m$, определяется $\omega_s h N b_{32}^s F$, где

$$F(\beta^2) = \frac{1}{1 + \beta^2} \left\{ \frac{b_{13}^p I_p}{2\gamma_{21}(1 + \beta^2)} [(\rho_{11} + \rho_{22} - 2\rho_{33}) + \beta^2(\rho_{11} - \rho_{22})] - (\rho_{22} - \rho_{33}) \right\} \quad (17)$$

— безразмерная величина, определяющая зависимость этого вклада от β^2 и интенсивности I_p накачки при заданных параметрах рассеивающих центров.

На рис. 3 приведены зависимости F от β^2 в области $\beta^2 < 10$ при релаксационных параметрах, соответствующих кривым 1 и 4 на рис. 2, и интенсивностях накачки $I_p = x d_{21} / b_{13}^p$ при $x = 2, 4$ и 8. В области $\beta^2 > 2$ часть кривых имеет максимум, а часть растет с увеличением β^2 . Следовательно, эти кривые имеют максимум при $\beta^2 > 10$. Как видно из (17), в области больших β^2 при любом соотношении параметров рассеивающих центров величина F растет с уменьшением β^2 . Отыскание положения максимума функции $F(\beta^2)$ в области $\beta^2 > 10$ представляет практический интерес. Полученные соотношения позволяют решить эту задачу в большинстве конкретных случаев.

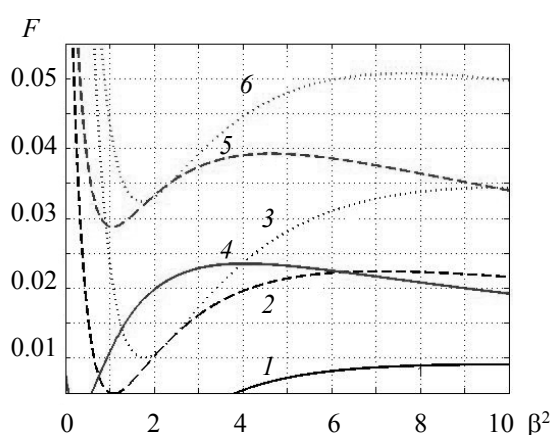


Рис. 3. Зависимость величины F , определяющей вклад резонансных переходов в коэффициент ВКР, от β^2 при $x = 2$ (1, 3), 4 (2, 4), 8 (3, 6); $d_{12}/d_{21} = 0.2$ (1—3) и 0.1 (4—6), $d_{32}/d_{21} = 2.0$, $\gamma_{12}/d = 2.5$

Заключение. Построена система уравнений, описывающая резонансное вынужденное и спонтанное комбинационное рассеяние оптического излучения с учетом действия излучения на заселенности уровней рассеивающих центров. В простейшем случае показано, что зависимость вклада отдельного промежуточного уровня в коэффициент ВКР-усиления от расстройки резонанса имеет мак-

симум в области сравнительно больших расстройек, где поглощение накачки существенно меньше, чем при точном резонансе.

- [1] **A. C. Albrecht.** Chem. Phys., **34** (1961) 1476—1481
- [2] **П. А. Апанасевич, Д. Н. Ордобаев.** Журн. прикл. спектр., **4** (1966) 134—141 [**P. A. Apanasevich, D. N. Ordobaev.** J. Appl. Spectr., **4** (1966) 102—107]
- [3] **D. I. Huber.** Phys. Rev., **131** (1970) 3409—3415
- [4] **A. C. Albrecht, M. C. Hutley.** J. Chem. Phys., **55** (1971) 4438—4443
- [5] **Я. С. Бобович, А. В. Борткевич.** Квант. электрон., **4**, № 3 (1977) 485—512
- [6] **D. P. Strommen, K. J. Nakamoto.** Chem. Educ., **54** (1977) 474—478
- [7] **Ю. Т. Мазуренко.** Опт. и спектр., **56** (1984) 653—658
- [8] **С. А. Ахманов, К. Н. Драбович, А. П. Сухоруков.** ЖЭТФ, **59**, № 2 (1970) 489—496
- [9] **П. А. Апанасевич, В. В. Квач, В. П. Козич, В. А. Орлович.** Высокоэффективный АИГ:Nd³⁺-лазер с неустойчивым резонатором и поляризационным выводом излучения, препринт № 365, Ин-т физики АН БССР, Минск (1985)
- [10] **С. А. Ахманов, И. И. Коротеев.** Методы нелинейной оптики в спектроскопии рассеяния света, Москва, Наука (1991)
- [11] **S. G. Kruglik, P. A. Apanasevich, V. S. Chirvony, V. A. Orlovich.** J. Phys. Chem., **99**, N 10 (1995) 2978—2995
- [12] **S.-Y. Lee, D. Zhang, D. W. McCamant, P. Kukura, R. A. Mathies.** J. Chem. Phys., **121** (2004) 3632—3637
- [13] **A. M. Kelley.** J. Phys. Chem. A, **112** (2008) 11975—11991
- [14] **П. А. Апанасевич.** Основы теории взаимодействия света с веществом, Минск, Наука и техника (1977)
- [15] **И. Р. Шен.** Принципы нелинейной оптики, Москва, Наука (1989)
- [16] **R. W. Boyd.** Nonlinear Optics, Academic, San Diego (2003)
- [17] **П. А. Апанасевич, Г. И. Тимофеева.** Журн. прикл. спектр., **85**, № 2 (2018) 231—235 [**P. A. Apanasevich, G. I. Timofeeva.** J. Appl. Spectr., **85** (2018) 250—254]