V. 86, N 4

JULY — AUGUST 2019

## ПОГЛОЩЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ СФЕРИЧЕСКИМИ МЕТАЛЛИЧЕСКИМИ НАНОЧАСТИЦАМИ С ОКСИДНЫМ ПОКРЫТИЕМ

А. В. Коротун \*, А. А. Коваль, В. И. Рева

УДК 535.34;620.3

Национальный университет "Запорожская политехника", 69063, Запорожье, ул. Жуковского, 64, Украина; e-mail: andko@zntu.edu.ua

(Поступила 15 января 2019)

В рамках теории Друде исследованы оптические свойства сферических металл-оксидных наночастиц. Рассчитаны частотные зависимости действительной и мнимой частей диэлектрической функции, параметра потери когерентности и коэффициента поглощения двухслойных наночастиц Ag, Al, Cu радиусом 10—30 нм, находящихся в различных матрицах. Установлено, что поведение частотных зависимостей мнимой части диэлектрической функции и коэффициента поглощения в области малых частот определяется вкладом механизмов поверхностного рассеяния электронов.

Ключевые слова: наночастица, оксид, композит, диэлектрическая функция, частотная зависимость, поглощение, осцилляция.

Optical properties of spherical metal-oxide nanoparticles are studied in the framework of the Drude theory. The frequency dependences of the real and imaginary parts of the dielectric constant, the coherence loss parameter and the absorption coefficient of two-layer Ag, Al, Cu nanoparticles with a radius of 10–30 nm in different matrices are calculated. It is found that the behavior of the frequency dependences of the imaginary part of the dielectric constant and the absorption coefficient in the low-frequency region is determined by the contribution of the electron surface scattering mechanisms.

*Keywords:* nanoparticle, oxide, composite, dielectric constant, frequency dependence, absorption, oscillation.

**Введение.** В связи с бурным развитием нанооптики, в частности нанофотоники и наноплазмоники, не ослабевает интерес к исследованию оптических свойств композитных сред [1—7]. При создании композитных материалов используются непоглощающая (диэлектрическая) среда и внедренные в нее металлические частицы [8]. Введением сверхмалых проводящих частиц внутрь керамической основы создаются специальные радиопоглощающие материалы — керметы. Именно керметы используются для покрытия корпусов различных летательных аппаратов по технологии "стелс", которые придают им способность существенно снизить заметность на радиолокаторах [9, 10]. Кроме керметов широко применяются стеклометаллические нанокомпозиты, являющиеся элементами градиентной оптики и фотоники [11].

Экспериментальные исследования оптических свойств композитов с металлическими наночастицами (НЧ) проведены в [12—21]. Эти результаты существенно отличаются от предсказываемых классическими теориями [13, 17, 22]. Так, полученные в экспериментах величины поглощения в далеком ИК диапазоне на несколько порядков выше, чем предсказываемые теориями. Одной из причин существенного расхождения теоретических и экспериментальных результатов может быть отсутствие учета влияния оксидного слоя, образующегося на поверхности металлических НЧ. Поэтому актуальна задача об исследовании поглощения электромагнитных волн композитом с двухслойными (металл-оксидными) НЧ.

## ABSORPTION OF ELECTROMAGNETIC RADIATION BY SPHERICAL METAL NANOPAR-TICLES WITH OXIDE COATING

**A. V. Korotun**<sup>\*</sup>, **A. A. Koval', V. I. Reva** (*National University "Zaporizhzhia Politechnic", 64 Zhukovsky Str., Zaporozhye, 69063, Ukraine; e-mail: andko@zntu.edu.ua*)

Основные соотношения. Оптические свойства композитных сред могут значительно отличаться от свойств как объемных материалов, так и отдельных НЧ, формирующих композит, и определяются размером, формой и упорядоченностью составляющих НЧ, степенью заполнения различных сред наночастицами, а также отношением расстояния между НЧ к длине волны падающего излучения. Если длина волны намного больше характерных размеров неоднородности в нанокомпозите, то можно воспользоваться теорией эффективной среды. В рамках данной модели ансамбль НЧ в диэлектрике можно рассматривать как новую среду с некоторой "эффективной" диэлектрической проницаемостью. Существенным преимуществом этого подхода является то, что в его рамках для анализа распространения излучения в композитной среде отсутствует необходимость решать уравнение Максвелла в каждой точке пространства. Обычно в модели эффективной среды для оптических задач пользуются электростатическим приближением, условия применимости которого — малый размер НЧ и малое расстояние между ними по сравнению с длиной волны в среде. В противном случае необходимо учитывать рассеяние на НЧ и интерференцию рассеянных волн.

Рассмотрим композит, состоящий из сферических металлических включений, покрытых тонким слоем оксида. Коэффициент поглощения подобной системы:

$$\eta(\omega) = \frac{9\omega}{c} \beta \varepsilon_{\rm m}^{3/2} \frac{{\rm Im}\,\varepsilon_{\rm coat\,sph}}{\left({\rm Re}\,\varepsilon_{\rm coat\,sph} + 2\varepsilon_{\rm m}\right)^2 + \left({\rm Im}\,\varepsilon_{\rm coat\,sph}\right)^2}\,.$$
 (1)

Здесь  $\varepsilon_{\rm m}$  — диэлектрическая проницаемость матрицы;  $\beta$  — содержание металлической фракции; *с* — скорость электромагнитной волны;  $\omega$  — частота падающей электромагнитной волны;  $\varepsilon_{\rm coat \ sph}$  — диэлектрическая функция металлической сферы радиусом *r*, покрытой слоем оксида толщиной *t*, которая определяется выражением [23]:

$$\varepsilon_{\text{coat sph}} = \varepsilon_{\text{ox}} \frac{2Q^3 (\varepsilon_{\text{met}} - \varepsilon_{\text{ox}}) + (2\varepsilon_{\text{ox}} + \varepsilon_{\text{met}})}{(2\varepsilon_{\text{ox}} + \varepsilon_{\text{met}}) - Q^3 (\varepsilon_{\text{met}} - \varepsilon_{\text{ox}})},$$
(2)

где Q = 1 - t/R = 1 - q ( $q \ll 1$ ), R — общий радиус сферы, включая покрытие.

Диэлектрическая функция металлической НЧ описывается выражением Друде:

$$\varepsilon_{\rm met}(\omega) = \varepsilon_1(\omega) + i\varepsilon_2(\omega) = \varepsilon^{\infty} - \frac{\omega_p^2 \tau^2}{1 + \omega^2 \tau^2} + i \frac{\omega_p^2 \tau}{\omega(1 + \omega^2 \tau^2)}, \qquad (3)$$

где  $\varepsilon^{\infty}$  — компонента, описывающая вклад ионного остова;  $\omega_p = \sqrt{e^2 n_e / e_0 m^*}$  — плазменная частота;  $n_e$  — концентрация электронов проводимости;  $m^*$  — эффективная масса электронов;  $\tau$  — время релаксации. Тогда

$$\varepsilon_{\text{coat sph}} = \varepsilon_{\text{ox}} \frac{2Q^3 (\varepsilon_1 + i\varepsilon_2 - \varepsilon_{\text{ox}}) + (2\varepsilon_{\text{ox}} + \varepsilon_1 + i\varepsilon_2)}{(2\varepsilon_{\text{ox}} + \varepsilon_1 + i\varepsilon_2) - Q^3 (\varepsilon_1 + i\varepsilon_2 - \varepsilon_{\text{ox}})}.$$
(4)

Преобразовав отдельно знаменатель и числитель выражения (4), для действительной и мнимой частей диэлектрической функции металлической НЧ, покрытой слоем оксида, можно записать

$$\operatorname{Re} \varepsilon_{\operatorname{coat\,sph}} = \varepsilon_{\operatorname{ox}} \frac{(1-Q^{3})(1+2Q^{3})(\varepsilon_{1}^{2}-\varepsilon_{2}^{2}) + \left[4(1+Q^{6})+Q^{3}\right]\varepsilon_{1}\varepsilon_{\operatorname{ox}} + 2(1-Q^{3})(2+Q^{3})\varepsilon_{\operatorname{ox}}^{2}}{\left[(2+Q^{3})\varepsilon_{\operatorname{ox}} + (1-Q^{3})\varepsilon_{1}\right]^{2} + (1-Q^{3})^{2}\varepsilon_{2}^{2}},$$

$$\operatorname{Im} \varepsilon_{\operatorname{coat\,sph}} = \frac{9Q^{3}\varepsilon_{2}\varepsilon_{\operatorname{ox}}^{2}}{\left[(2+Q^{3})\varepsilon_{\operatorname{ox}} + (1-Q^{3})\varepsilon_{1}\right]^{2} + (1-Q^{3})^{2}\varepsilon_{2}^{2}}.$$
(5)

Учитывая, что в первом порядке (по малому параметру q)  $Q^3 \cong 1 - 3q$ ,  $Q^6 \cong 1 - 6q$ , и подставляя эти соотношения в (5), получаем в том же приближении<sup>1</sup>:

$$\operatorname{Re} \varepsilon_{\operatorname{coat\,sph}} \cong 9\varepsilon_{1} \left[ 1 + \left( 2\varepsilon_{\operatorname{ox}} / \varepsilon_{1} - \varepsilon_{2}^{2} / \varepsilon_{1}\varepsilon_{\operatorname{ox}} - 2 - (\varepsilon_{1}^{2} + \varepsilon_{2}^{2}) / \varepsilon_{\operatorname{ox}}^{2} - 6\varepsilon_{1} / \varepsilon_{\operatorname{ox}} \right) q \right],$$

$$\operatorname{Im} \varepsilon_{\operatorname{coat\,sph}} \cong 3\varepsilon_{2} \left[ 1 - \left( 2 + \left\{ \varepsilon_{1}^{2} + \varepsilon_{2}^{2} + 6\varepsilon_{1}\varepsilon_{\operatorname{ox}} \right\} / \varepsilon_{\operatorname{ox}}^{2} \right) q \right]. \tag{6}$$

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Вывод формул для расчета действительной и мнимой частей диэлектрической функции композита с металл-оксидными наночастицами можно получить у авторов.

Подставляя в (6) выражения для действительной и мнимой частей диэлектрической функции металлической НЧ из формулы (3), получаем:

$$\operatorname{Re} \varepsilon_{\operatorname{coat\,sph}} = 9 \left\{ \varepsilon^{\infty} - \frac{\omega_{p}^{2} \tau^{2}}{1 + \omega^{2} \tau^{2}} + \left[ 2\varepsilon_{\operatorname{ox}} - 2\left(\varepsilon^{\infty} - \frac{\omega_{p}^{2} \tau^{2}}{1 + \omega^{2} \tau^{2}}\right) - \frac{1}{\varepsilon_{\operatorname{ox}}} \left( \frac{\omega_{p}^{4} \tau^{2}}{\omega^{2} \left(1 + \omega^{2} \tau^{2}\right)^{2}} + 6\left(\varepsilon^{\infty^{2}} - 2\frac{\omega_{p}^{2} \tau^{2} \varepsilon^{\infty}}{1 + \omega^{2} \tau^{2}} + \frac{\omega_{p}^{4} \tau^{4}}{\left(1 + \omega^{2} \tau^{2}\right)^{2}}\right) \right] - \frac{1}{\varepsilon_{\operatorname{ox}}^{2}} \left( \varepsilon^{\infty} - \frac{\omega_{p}^{2} \tau^{2}}{1 + \omega^{2} \tau^{2}} + \frac{\omega_{p}^{4} \tau^{4}}{\left(1 + \omega^{2} \tau^{2}\right)^{2}} + \frac{\omega_{p}^{4} \tau^{2}}{\omega^{2} \left(1 + \omega^{2} \tau^{2}\right)^{2}} \right) \right] q \right\};$$

$$\operatorname{Im} \varepsilon_{\operatorname{coat\,sph}} = \frac{3\omega_{p}^{2} \tau}{\omega\left(1 + \omega^{2} \tau^{2}\right)} \left[ 1 - \left[ 2 + \frac{1}{\varepsilon_{\operatorname{ox}}^{2}} \left( \left(\varepsilon^{\infty} - \frac{\omega_{p}^{2} \tau^{2}}{1 + \omega^{2} \tau^{2}}\right)^{2} + \frac{\omega_{p}^{4} \tau^{2}}{\omega^{2} \left(1 + \omega^{2} \tau^{2}\right)^{2}} + 6\varepsilon_{\operatorname{ox}} \left(\varepsilon^{\infty} - \frac{\omega_{p}^{2} \tau^{2}}{1 + \omega^{2} \tau^{2}}\right) \right] q \right].$$

Отметим, что времена релаксации могут значительно различаться из-за наличия примесей и дефектов структуры в образцах. Однако основной причиной различия времени релаксации в металлических НЧ, находящихся в диэлектрической матрице, следует признать размерные эффекты. Действительно, если характерные размеры металлических НЧ меньше, чем длина свободного пробега электронов в массивном образце металла, то кроме рассеяния электронов на фононах, примесях и т. д. необходимо учитывать рассеяние на границах НЧ. В этом случае в формулу (3) для диэлектрической проницаемости вместо  $\tau$  входит  $\tau_{eff}$ , зависящее от характерного среднего радиуса металлических включений r [24]:

$$1/\tau_{\rm eff} = 1/\tau + A(\omega)v_{\rm F}/r,\tag{8}$$

где  $A(\omega)$  — эффективный параметр, описывающий степень потери когерентности при рассеянии электрона на поверхности и зависящий от формы и размера металлической НЧ;  $v_F$  — скорость Ферми. Как видно из (8), вклад второго слагаемого тем больше, чем меньше размеры металлических кластеров. Для частиц размерами ~10—100 нм второе слагаемое может стать существенно больше первого и тогда

$$1/\tau_{\rm eff} \cong A(\omega) v_{\rm F}/r.$$
 (9)

В работах [25, 26] с использованием кинетического подхода при описании процессов рассеяния на поверхности и в объеме металлических НЧ получено точное выражение для эффективного параметра  $A(\omega)$ :

$$A(\omega) = \frac{1}{4} \left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^2 \left[ 1 - \frac{2\nu_s}{\omega} \sin\frac{\omega}{\nu_s} + \frac{2\nu_s^2}{\omega^2} \left( 1 - \cos\frac{\omega}{\nu_s} \right) \right],\tag{10}$$

где  $v_s = v_F/2r$ .

**Результаты и их обсуждение.** Вычисления проведены для композитов на основе металл-оксидных НЧ алюминия, меди и серебра различных радиусов, с разной толщиной оксидного слоя, находящихся в различных матрицах. Параметры металлов, оксидов и диэлектриков приведены в табл. 1 и 2.

Параметр	Al	Cu	Ag	
$r_s/a_0$ [27]	2.07	2.11	3.02	
$m^*/m_e$	1.06 [28] 1.48 [29] 1.60 [30]	1.49 [31]	0.96 [31]	
$\mathbf{s}_{\infty}$	1	12.03 [32]	3.7 [32]	
τ, φc [27]	8	27	40	

Таблица 1. Параметры металлов

Оксид			Матрица		
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	Cu <sub>2</sub> O	Ag <sub>2</sub> O	Ar	тефлон	KCl
9	6.3	8.8	1.7	2.3	4.64

Таблица 2. Параметры оксидов (єох) и матрицы (єм)

На рис. 1 представлены частотные зависимости действительной и мнимой частей диэлектрической функции для НЧ алюминия радиусом 10 нм, рассчитанные по формуле Друде в случае различных эффективных масс электронов. Отметим, что при уменьшении эффективной массы происходят сдвиг максимума Ime<sub>metal</sub>( $\hbar\omega$ ) в область больших частот (и увеличение частоты, соответствующей максимуму), а также уменьшение его амплитуды. Кроме того, при малых частотах имеют место малоамплитудные осцилляции Ree<sub>met</sub>( $\hbar\omega$ ) и Ime<sub>met</sub>( $\hbar\omega$ ), которые исчезают с увеличением частоты.



Рис. 1. Частотные зависимости действительной (*a*) и мнимой ( $\delta$ ) частей диэлектрической функции наночастиц Al при эффективной массе электронов  $m^* = 1.06m_e(1), 1.48m_e(2)$  и  $1.60m_e(3)$ 

На рис. 2 показаны частотные зависимости  $\text{Re}_{\text{coat sph}}$  и  $\text{Im}_{\text{coat sph}}$  для НЧ алюминия радиусом R = 10, 20 и 30 нм, покрытых слоем  $\text{Al}_2\text{O}_3$  толщиной t = 1 нм. Видно, что  $\text{Re}_{\text{coat sph}}(\hbar\omega)$  — знакопеременная функция частоты, в то время как  $\text{Im}_{\text{coat sph}}(\hbar\omega) > 0$  во всем частотном диапазоне. Кроме того, с увеличением радиуса НЧ максимумы  $\text{Re}_{\text{coat sph}}$  и  $\text{Im}_{\text{coat sph}}$  и минимумы  $\text{Re}_{\text{coat sph}}$  и меют большую абсолютную величину и сдвинуты в область более низких частот по сравнению со случаем НЧ с R = 10 нм. Также при малых частотах имеют место малоамплитудные осцилляции действительной и мнимой частей диэлектрической функции. Следует отметить, что полученные результаты качественно совпадают с данными для нанокомпозитного слоя с частицами Ag [7]. Приведенные на рис. 2,  $\delta$  зависимости  $\text{Im}_{\text{coat sph}}(\hbar\omega)$  носят резонансный характер, что связано с преобладанием рассеяния электронов на поверхности НЧ над объемным рассеянием. При этом резонансная частота металлдиэлектрической НЧ соответствует максимуму мнимой части диэлектрической функции.

На рис. 3 представлены частотные зависимости действительной и мнимой частей диэлектрической функции двухслойных HЧ Ag/Ag<sub>2</sub>O, Al/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> и Cu/Cu<sub>2</sub>O радиусом R = 10 нм и толщиной оксидного слоя t = 1 нм, находящихся в KCl. Отметим, что зависимости Reε<sub>coat sph</sub> и Imε<sub>coat sph</sub> для частиц с ядром из разных металлов качественно подобны, однако количественно различаются. Так, в случае НЧ Al/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> максимальные мнимые и минимальные действительные части диэлектрической функции наибольшие, в то время как максимальные действительные части диэлектрической функции больше для HЧ Cu/Cu<sub>2</sub>O. Это можно объяснить вкладом ионного остова, который в случае меди имеет максимальное значение. "Фиолетовый" сдвиг максимума Imε<sub>coat sph</sub> для Al/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> относительно Ag/Ag<sub>2</sub>O объясняется иерархией резонансных частот  $\omega_r^{Ag} < \omega_r^{Cu} < \omega_r^{Al}$ , которая может быть получена из условия минимума знаменателя выражения (2). Отметим, что малоамплитудные осцилляции в области малых частот (рис. 1—3) связаны с наличием нескольких плато на частотных зависимостях параметра потери когерентности в этой области (рис. 4), а отсутствие осцилляций при увеличении частоты с подавлением механизма поверхностного рассеяния. Расчеты для HЧ Al проведены для  $m^* = 1.48m_e$ .



Рис. 2. Частотные зависимости действительной (*a*) и мнимой (*б*) частей диэлектрической функции двухслойных НЧ Al радиусов *R* = 10 (*1*), 20 (*2*) и 30 нм (*3*)



Рис. 3. Частотные зависимости действительной (*a*) и мнимой (б) частей диэлектрической функции двухслойной НЧ для различных металлов



Рис. 4. Частотные зависимости степени потери когерентности при рассеянии электронов на поверхности HU Al (1), Cu (2) и Ag (3) радиусом R = 10 нм (a); HU Al с эффективными массами электронов  $m^* = 1.06m_e$  (1), 1.48 $m_e$  (2) и 1.60 $m_e$  (3) ( $\delta$ )



Рис. 5. Частотные зависимости коэффициента поглощения композита с двухслойными НЧ алюминия радиусами R = 10, 20, 30 нм (*a*) и НЧ Al (*1*), Cu (*2*) и Ag (*3*) радиусом R = 10 нм ( $\delta$ )

На рис. 5 представлены частотные зависимости коэффициента поглощения для композита с металлическими НЧ, покрытыми слоем оксида. Качественно все приведенные зависимости подобны:  $\eta(\hbar\omega)$  слабо осциллирует и возрастает с увеличением частоты. Кроме того, поглощение растет с увеличением радиуса металлических НЧ. В случае частиц одинакового радиуса, но разного состава количественные результаты близки для частиц Cu/Cu<sub>2</sub>O и Ag/Ag<sub>2</sub>O, а максимум коэффициента поглощения для Al/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> достигается в области существенно больших частот (рис. 5,  $\delta$ ).

Изменение матрицы, в которой находятся двухслойные HЧ Al/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> с R = 10 нм и t = 1 нм, приводит к сдвигу максимума коэффициента поглощения в сторону меньших частот при увеличении диэлектрической проницаемости среды (рис. 6, *a*). На рис. 6,  $\delta$  представлены частотные зависимости коэффициента поглощения для двухслойных HЧ Al/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> при различных эффективных массах электронов. Максимум  $\eta(\hbar\omega)$ , как и в случае Imɛ<sub>met</sub>, смещается в область больших частот при уменьшении эффективной массы электрона. Это свидетельствует о том, что эффективную массу электронов в HЧ Al можно оценить по экспериментальным кривым  $\eta(\hbar\omega)$ . Эволюция частотных зависимостей коэффициента поглощения композита на основе HЧ Al/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> при различной толщине оксида показана на рис. 6, *в*. Как видно, увеличение толщины оксидного слоя приводит к уменьшению  $\eta(\hbar\omega)$  и "красному" смещению максимумов, что обусловлено ослаблением взаимодействия электромагнитной



Рис. 6. Частотные зависимости коэффициента поглощения композита с двухслойными НЧ алюминия радиусом *R* = 10 нм: *a* — в различных матрицах при *m*<sup>\*</sup> = 1.48*m*<sub>e</sub>; *б* — с различными эффективными массами электронов (в KCl); *в* — при разной толщине оксида (при *m*<sup>\*</sup> = 1.48*m*<sub>e</sub> в KCl)



Рис. 7. Частотные зависимости коэффициента поглощения композита с двухслойными НЧ алюминия радиусом R = 18.3 нм ( $m^* = 1.48m_e$ ) в KCl;  $\beta = 0.032$  (1) и 0.008 (2); экспериментальные данные (точки) взяты из [17]

волны с электронами металла. При этом во всех рассмотренных случаях при относительно небольших частотах присутствуют малоамплитудные осцилляции коэффициента поглощения, как и в случае частотных зависимостей действительной и мнимой частей диэлектрической функции.

На рис. 7 приведены результаты расчетов частотной зависимости коэффициента поглощения композита и для сравнения экспериментальные данные. Учет наличия оксидного слоя позволяет добиться удовлетворительного согласия с экспериментом.

Заключение. Исследовано влияние тонкого оксидного слоя на поглощение электромагнитного излучения металлическими наночастицами сферической формы, радиус которых варьируется в интервале 10—30 нм. Установлено, что частотные зависимости мнимой части диэлектрической функции имеют максимум, соответствующий частоте максимального поверхностного рассеяния. С увеличением радиуса наночастиц максимальные значения Res<sub>met</sub> и Ims<sub>met</sub> и минимальные Res<sub>met</sub> увеличиваются и сдвигаются в область более низких частот. Сдвиг в область больших частот ("фиолетовый" сдвиг) кривых Res<sub>coat sph</sub>( $\hbar \omega$ ) и Ims<sub>coat sph</sub>( $\hbar \omega$ ) для наночастиц Al и Cu по сравнению с наночастицами Ag объясняется различиями в резонансных частотах этих металлов. Малоамплитудные осцилляции рассчитанных величин в низкочастотной области объясняются доминированием поверхностного рассеяния электронов над объемным. Продемонстрировано, что поглощение композита усиливается при увеличении радиуса и концентрации наночастиц, а также зависит от диэлектрической проницаемости матрицы и толщины оксидной оболочки. Учет оксидного слоя позволяет добиться лучшего согласия расчетных кривых с экспериментальными данными по сравнению со случаем "чистых" частиц. Таким образом, модель композита с металл-оксидными наночастицами можно считать более реалистичной.

- [1] R. Luo. Appl. Opt., 36, N 31 (1997) 8153-8158
- [2] K. Kempa. Phys. Rev. B, 74, N 3 (2006) 033411
- [3] S. N. Wani, A. S. Sangani, R. Sureshkumar. J. Opt. Soc. Am. B, 29, N 6 (2012) 1443-1455
- [4] J. Y. Lu, A. Raza, N. X. Fang, G. Chen, T. J. Zhang, J. Appl. Phys., 120, N 16 (2016) 163103
- [5] П. М. Томчук, В. М. Старков. Укр. физ. журн., 63, № 3 (2018) 204—214
- [6] T. Xiang, R.-N. Zhong, B. Yao, Sh.-J. Qin, Q.-H. Zheng. Commun. Theor. Phys., 69, N 5 (2018) 598-604
- [7] С. В. Елисеева, Д. И. Семенцов. Опт. и спектр., 124, № 6 (2018) 826—832

[8] И. Д. Морохов, Л. И. Трусов, В. Н. Лаповок. Физические явления в ультрадисперсных средах, Москва, Энергоиздат (1984)

[9] Э. Л. Нагаев. УФН, 162, № 9 (1992) 49—124

- [10] А. Н. Лагарьков, М. А. Погосян. Вестн. Рос. АН, 73, № 9 (2003) 779—787
- [11] D. T. Moore. Appl. Opt., 19, N 7 (1980) 1035–1038
- [12] C. G. Granqvist, O. Hunderi. Phys. Rev. B, 16 (1977) 3513-3534
- [13] G. L. Carr, R. L. Henry, N. E. Russell, J. C. Garland, D. B. Tanner. Phys. Rev. B, 24 (1981) 777-786
- [14] P. N. Sen, D. B. Tanner. Phys. Rev. B, 26 (1982) 3582–3587
- [15] D. B. Tanner. Phys. Rev. B, 30 (1984) 1042-1044
- [16] K. D. Cummings, J. C. Garland, D. B. Tanner. Phys. Rev. B, 30 (1984) 4170-4182
- [17] Y. H. Kim, D. B. Tanner. Phys. Rev. B, 39 (1989) 3585-3589
- [18] H. P. Baltes, E. Šimánek. Top. Curr. Phys., 29 (1982) 7-53
- [19] D. B. Tanner, Y. H. Kim, G. L. Carr. Mat. Res. Soc. Symp. Proc., 195 (1990) 3-14
- [20] R. D. Averitt, S. L. Westcott, N. J. Halas. J. Opt. Soc. Am. B, 16 (1999) 1824-1832
- [21] S. Oldenburg, J. Mock, J. R. Glass, A. B. Asenjo, C. C. Genick, D. R. Smith, D. A. Schultz, S. Schultz. Proc. SPIE, 4810 (2002) 36-41
- [22] R. A. Serota, B. Goodman. Mod. Phys. Lett. B, 13, N 19 (1999) 649-662
- [23] D. M. Wood, N. W. Ashcroft. Phyl. Mag., 35, N 2 (1977) 269-280
- [24] U. Kreibig, M. Volmer. Optical Properties of Metal Clusters, Berlin, Springer (1995) 81
- [25] N. I. Grigorchuk, P. M. Tomchuk. Phys. Rev. B, 84, N 8 (2011) 085448
- [26] П. М. Томчук, Д. В. Бутенко. Укр. физ. журн., 60, № 10 (2015) 1043
- [27] **Н. Ашкрофт, Н. Мермин.** Физика твердого тела. Т. 1, Москва, Мир (1979) 20, 25
- [28] C. Fall. Ab Initio Study of the Work Functions of Elemental Metal Crystals, Lausanne, EPFL (1999)
- [29] А. Анималу. Квантовая теория кристаллических твердых тел, Москва, Мир (1981)
- [30] У. Харрисон. Теория твердого тела, Москва, Мир (1972)
- [31] P. B. Johnson, R. W. Christy. Phys. Rev. B, 6 (1972) 4370-4379
- [32] I. I. Shaganov, T. S. Perova, K. Berwick. Photon. Nanostruct. Fundam. and Applicat., 27 (2017) 24–31