

## ЛОГИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ С ИЗОБРАЖЕНИЯМИ В АККУМУЛИРОВАННОЙ ЭХО-ГОЛОГРАФИИ

Е. Н. Ахмедшина\*, А. Р. Сахбиева, Л. А. Нефедьев

УДК 621.373.8

Институт физики, Казанский (Приволжский) федеральный университет,  
420008, Казань, Россия; e-mail: ekanika8@gmail.com; alsu-sakhbieva@yandex.ru; nefediev@yandex.ru

(Поступила 17 апреля 2020)

*Рассмотрена реализация логических операций для изображений с использованием аккумулярованной долгоживущей эхо-голограммы. Показано, что в зависимости от разности фаз между возбуждающими парами лазерных импульсов возможно осуществление логических операций объединения множеств, симметрической разности и их суперпозиции.*

**Ключевые слова:** эхо-голография, волновой фронт, логическая операция со множествами.

*We consider the realization of logical operations for images using the accumulated long-lived echo hologram. It is shown that, depending on the phase difference between the exciting pairs of laser pulses, it is possible to carry out a number of logical operations, namely, combination and symmetric difference of sets as well as their superposition.*

**Keywords:** echo holography, wave front, logical operations with sets.

**Введение.** Под термином “эхо-голография” подразумевают запись и восстановление волновых фронтов света, при которых опорные, объектные и восстановленные волны не совпадают во времени [1—6]. Использование эхо-голограмм позволяет записывать, воспроизводить и преобразовывать изображения. Поскольку изображения представляют собой множества точек, для их преобразования подходят логические операции со множествами. В работе [7] рассмотрена реализация логических операций над множествами, представленными в виде изображений, с помощью стимулированной эхо-голограммы (СЭГ) и показано, что она может быть использована для реализации логической операции пересечения множеств. В [8] рассмотрена реализация операции объединения над множествами, представленными в виде изображений, с помощью режима аккумулярованной долгоживущей эхо-голограммы (АДЭГ).

Для реализации различных логических операций необходимо использовать подходящий режим записи эхо-голограмм. Оптимальные варианты фильтрации и преобразования изображений связаны с многоимпульсным возбуждением резонансной среды. Эффективной может быть и запись информации в режиме АДЭГ. В этом случае на резонансную среду воздействует последовательность пар лазерных импульсов. Каждая такая пара вместе со считывающим импульсом вызывает в один и тот же момент времени генерацию отклика долгоживущего фотонного эха (ДФЭ). Таким образом, сигнал АДЭГ, генерируемый резонансной средой после воздействия  $N$  пар возбуждающих импульсов и одного считывающего импульса, представляет собой суперпозицию сигналов ДФЭ.

В настоящей работе рассмотрена реализация операций “симметрическая разность и объединения множеств для изображений с использованием АДЭГ”, а также показано, что в зависимости от разности фаз у возбуждающих пар лазерных импульсов можно осуществить логические операции, являющиеся их суперпозицией.

---

## LOGICAL OPERATIONS WITH IMAGES IN ACCUMULATED ECHO HOLOGRAPHY

E. N. Ahmedshina\*, A. R. Sakhbieva, L. A. Nefediev (Institute of Physics, Kazan (Volga region) Federal University, Kazan, 420008, Russia; e-mail: ekanika8@gmail.com; alsu-sakhbieva@yandex.ru; nefediev@yandex.ru)

**Операция “симметрическая разность для изображений в оптической эхо-голографии”.** На рис. 1 приведена последовательность возбуждающих импульсов, используемая при реализации логических операций “симметрическая разность, объединения множеств и логических операций”, являющихся их суперпозицией. Такое возбуждение АДЭГ можно осуществить в кристалле  $\text{LaF}_3:\text{Pr}^{3+}$  (переход  ${}^3H_4(0) \rightarrow {}^3P_0$ ,  $\lambda = 477.7$  нм), где  $\tau$  — временной интервал между импульсами в парах, может составлять десятки нс,  $\tau'$  — временной интервал между парами;  $\tau''$  — временной интервал между последней записывающей парой и считывающим импульсом, может достигать десятков минут при гелиевых температурах кристалла [9].

Объединением множеств  $A$  и  $B$  называется множество, состоящее из всех элементов, которые принадлежат хотя бы одному из множеств  $A$ ,  $B$ . Симметрической разностью множеств  $A$  и  $B$  называется множество, элементы которого принадлежат либо только множеству  $A$ , либо только  $B$ . Для иллюстрации логической операции симметрическая разность в режиме АДЭГ в качестве множеств  $A$  и  $B$  взяты транспаранты с изображениями в виде чередования прозрачных и непрозрачных полосок  $P_1^{(1)}$ ,  $P_2^{(2)}$  (рис. 1).

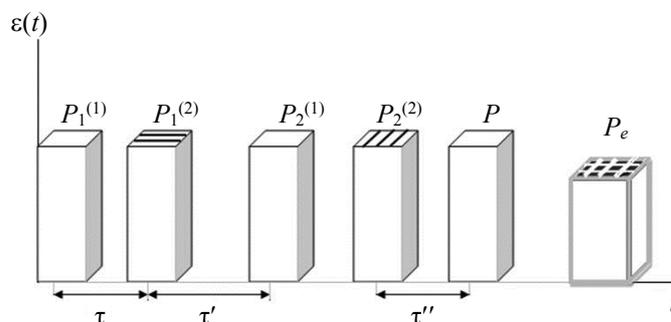


Рис. 1. Порядок воздействия на резонансную среду возбуждающих лазерных импульсов при реализации логических операций над изображениями с использованием АДЭГ;  $P_n^{(i)}$  — пары возбуждающих импульсов,  $P$  — считывающий импульс,  $P_e$  — сигнал АДЭГ;  $\tau$  — временной интервал между импульсами в парах;  $\tau'$  — временной интервал между парами;  $\tau''$  — временной интервал между последней записывающей парой и считывающим импульсом

Напряженность электрического поля  $\eta$ -го возбуждающего лазерного импульса, прошедшего через соответствующий транспарант:

$$E_\eta(\mathbf{r}, t) = U_\eta(\mathbf{r}) e^{i\omega t} + \text{к.с.} \quad (0 \leq t \leq \Delta t_\eta), \quad (1)$$

где  $\Delta t_\eta$  — длительность  $\eta$ -го возбуждающего лазерного импульса;  $U_\eta(\mathbf{r})$  описывает пространственную структуру  $\eta$ -го возбуждающего лазерного импульса.

Рассмотрим изображение на транспаранте как совокупность точек с радиус-векторами  $\mathbf{r}_n$ . Каждая точка излучает сферическую волну. Совокупность волн в месте нахождения  $j$ -го оптического центра в образце с радиус-вектором  $\mathbf{r}_{0j}$  дает величину возмущения резонансного перехода оптического центра. Тогда напряженность электрического поля объектного лазерного импульса в точке  $\mathbf{r}_{0j}$  можно записать как разложение по сферическим волнам:

$$E_j = \sum_n A_{nj} \frac{e^{i\mathbf{k}_n^{(j)}(\mathbf{r}_{0j} - \mathbf{r}_n) - i\omega t + i\varphi_n}}{|\mathbf{r}_{0j} - \mathbf{r}_n|}, \quad (2)$$

где  $\mathbf{k}_n^{(j)} = \frac{\omega}{c} \mathbf{n}_n$ ,  $\mathbf{n}_n = \frac{\mathbf{r}_{0j} - \mathbf{r}_n}{|\mathbf{r}_{0j} - \mathbf{r}_n|}$ ,  $\varphi_n$  — начальные фазы сферических волн, причем  $e^{i\varphi_n}$  можно вклю-

чить в комплексные амплитуды  $A_{nj}$ . Если  $|\mathbf{r}_{0j} - \mathbf{r}_n|$  значительно больше размеров образца, то разложение (2) по сферическим волнам переходит в разложение по плоским волнам:

$$E_j = \sum_n \varepsilon_n e^{i\mathbf{k}_n \mathbf{r}_{0j} - i\omega t}, \quad (3)$$

где  $\varepsilon_n$  — амплитуды напряженности электрического поля плоских волн от отдельных точек объекта.

Поскольку один из каждой пары возбуждающих лазерных импульсов является носителем изображения, пространственный фазовый синхронизм при формировании отклика АДФЭ имеет вид

$$\mathbf{k}_{en}^{(j)} = -\mathbf{k}_{1n'}^{(j)} + \mathbf{k}_{2n''}^{(j)} + \mathbf{k}_{3n'''}^{(j)}, \quad (4)$$

где  $\mathbf{k}_{in}^{(j)}$  — волновые векторы плоских волн пространственного разложения волновых фронтов объектных лазерных импульсов для каждой  $j$ -й пары. Аналогично [4] отклик АДЭГ можно получить как в обращенном, так и в необращенном режиме, что может быть использовано для лучшего пространственного разделения возбуждающих лазерных импульсов и отклика АДФЭ (рис. 2). Необходимо отметить существование только тех компонент разложения поля отклика, для которых оказываются ненулевыми амплитуды разложения полей возбуждающих импульсов, соответствующие направлениям волновых векторов (рис. 2). Импульсы, не несущие изображений, должны формироваться транспарантами с матовой структурой для создания достаточного набора плоских (сферических) волн, необходимых для выполнения пространственного фазового синхронизма.

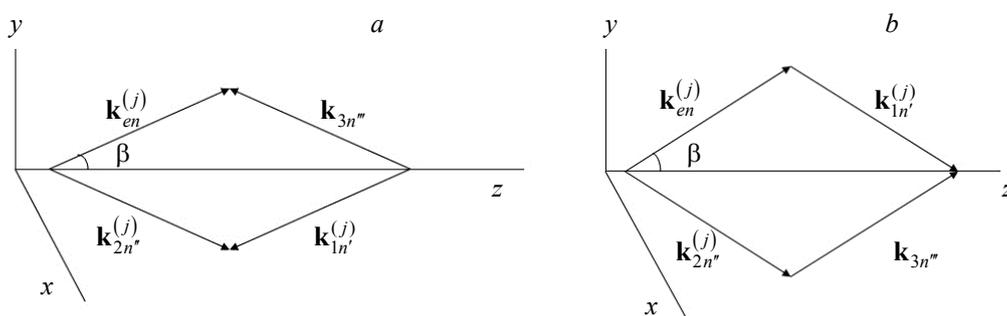


Рис. 2. Пространственный фазовый синхронизм при формировании отклика в режиме АДЭГ: обращенный (а) и необращенный режимы (б)

Аналогично [4] пространственная структура отклика АДЭГ определяется как

$$I \sim EE^*, \quad (5)$$

где

$$E \approx \sum_{j=1}^n E_j(\mathbf{r}) e^{i\Delta\phi_j}, \quad (6)$$

$$E^* \approx \frac{1}{V} \sum_{n', n'', n'''} \int_V dV \int_{-\infty}^{\infty} g(\Delta) d\Delta \sin\theta_1^{(j)} \sin\theta_2^{(j)} \sin\theta_3 \times \\ \times \frac{\varepsilon_{1n'}^{*(j)} \varepsilon_{2n''}^{(j)} \varepsilon_{3n'''}^{(j)}}{\left| \sum_{n'} \varepsilon_{1n'}^{*(j)} e^{-i\mathbf{k}_{1n'}^{(j)} \cdot \mathbf{r}} \right| \left| \sum_{n''} \varepsilon_{2n''}^{(j)} e^{i\mathbf{k}_{2n''}^{(j)} \cdot \mathbf{r}} \right| \left| \sum_{n'''} \varepsilon_{3n'''}^{(j)} e^{i\mathbf{k}_{3n'''}^{(j)} \cdot \mathbf{r}} \right|} e^{-i(\mathbf{k}_{en}^{(j)} + \mathbf{k}_{1n'}^{(j)} - \mathbf{k}_{2n''}^{(j)} - \mathbf{k}_{3n'''}^{(j)}) \cdot \mathbf{r}},$$

$\theta_1^{(j)}, \theta_2^{(j)}$  — площадь первого и второго импульсов в  $j$ -й паре;  $V$  — объем возбуждаемой части образца;  $g(\Delta)$  — распределение оптических центров по частотам;  $\Delta = \omega - \Omega_0$ ,  $\omega$  — частота лазерного излучения,  $\Omega_0$  — частота резонансного перехода;  $\varepsilon_{in}^{(j)}$  — амплитуды напряженности электрических полей плоских волн пространственного разложения волновых фронтов объектных лазерных импульсов в каждой  $j$ -й паре. В [10] показано, что создание разности фаз между парами возбуждающих импульсов может приводить к уменьшению или исчезновению частотных модуляций населенностей при формировании отклика, что приводит к его исчезновению. Таким образом, если фазы между парами возбуждающих импульсов различаются на  $\pi$ , то интенсивность сигнала АДЭГ значительно уменьшается для элементов изображений, идентичных на транспарантах в первой и второй парах возбуждающих импульсов.

На рис. 3 представлен порядок лазерных импульсов при возбуждении в режиме АДЭГ в случае, когда в каждую пару импульсов ( $P_1^{(j)}, P_2^{(j)}$ ) закладывается соответствующее изображение, а также

изменяется разность фаз у возбуждающих пар лазерных импульсов. Расчет отклика АДЭГ по выражениям (5), (6) содержит изображение, которое включает в себя все прозрачные участки множеств  $B$  и  $D$ . Изображения могут быть любой структуры, и для удобства они выбраны в виде чередования прозрачных и непрозрачных полосок.

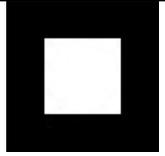
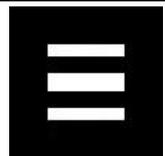
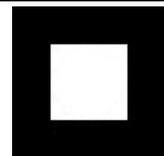
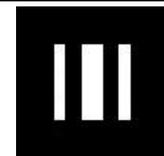
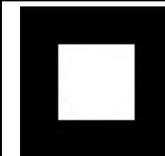
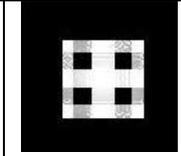
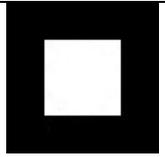
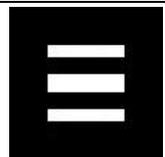
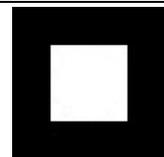
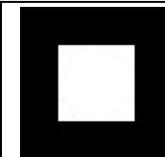
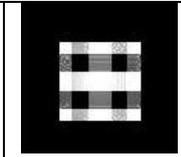
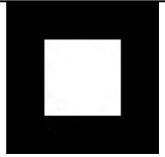
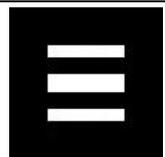
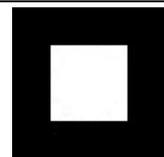
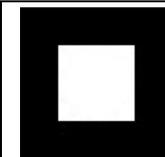
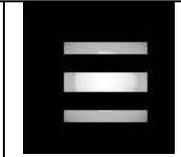
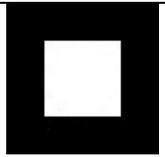
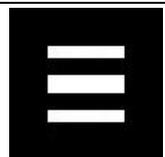
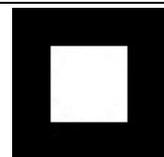
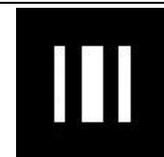
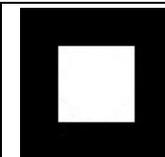
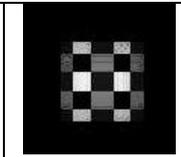
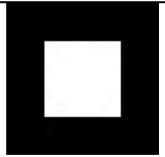
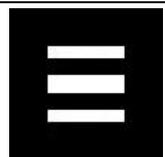
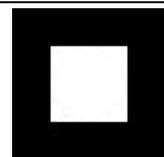
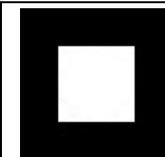
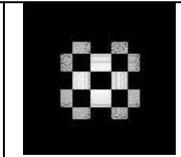
Возбуждающие импульсы					Эхо
$A$	$B$	$C$	$D$	$E$	$F_1$
$P_1^{(1)}$	$P_1^{(2)}$	$P_2^{(1)}$	$P_2^{(2)}$	$P_3$	$P_e$
$\Delta\varphi = 0^\circ$					
					
$\Delta\varphi = 45^\circ$					
					
$\Delta\varphi = 90^\circ$					
					
$\Delta\varphi = 135^\circ$					
					
$\Delta\varphi = 180^\circ$					
					

Рис. 3. Записываемые и воспроизводимые изображения в режиме АДЭГ,  $P_n^{(i)}$  — возбуждающие импульсы,  $P_3$  — считывающий импульс,  $P_e$  — сигнал эха;  $A, B, C, D, E$  — множества,  $F_1$  — результат логической операции “симметрическая разность”

Полученные отклики в режиме АДЭГ содержат изображения, являющиеся результатом логических операций объединения множеств при разности фаз  $\Delta\varphi = 0^\circ$  и симметрической разности при  $\Delta\varphi = 180^\circ$ . При других значениях  $\Delta\varphi$  наблюдается суперпозиция этих логических операций.

**Закключение.** Рассмотрена реализация операции “симметрическая разность для изображений, с использованием аккумулярированной долгоживущей эхо-голограммы”. Показано, что за счет изменения разности фаз у возбуждающих пар лазерных импульсов можно осуществить ряд логических операций объединения множеств и симметрической разности, а также их суперпозиции. Реализация логических операций над изображениями может быть использована при создании эхо-голографического процессора, обработке изображений, изменении их контрастности, наложения изображений.

- 
- [1] **Е. И. Штырков.** *Опт. и спектр.*, **114**, № 1 (2013) 105—114
- [2] **V. A. Zúikov, L. A. Nefediev, V. V. Samartsev.** *Proc. Appl. Hologr.* (**1982**) 175—179
- [3] **L. A. Nefediev.** *Opt. Spectrosc.*, **59** (1985) 841
- [4] **Л. А. Нефедьев.** *Журн. прикл. спектр.*, **44**, № 4 (1986) 664—669 [**L. A. Nefediev.** *J. Appl. Spectr.*, **44** (1986) 664—669]
- [5] **L. A. Nefediev.** *Opt. Spectrosc.*, **61** (1986) 387
- [6] **Л. А. Рассветалов, В. В. Самарцев.** *Вестн. Новгород. гос. ун-та*, **19** (2001)
- [7] **А. Р. Сахбиева, Л. А. Нефедьев, Г. И. Гарнаева.** *Журн. прикл. спектр.*, **84**, № 3 (2017) 499—503  
[**A. R. Sakhbieva, L. A. Nefed'ev, G. I. Garnaeva.** *J. Appl. Spectr.*, **84** (2017) 512—516]
- [8] **A. R. Sakhbieva, L. A. Nefediev, Y. A. Nefedyev, E. N. Akhmedshina, A. O. Andreev.** *J. Phys.: Conf. Ser.*, **1283**, N 1 (2019)
- [9] **А. А. Калачев, Л. А. Нефедьев, В. А. Зуйков, В. В. Самарцев.** *Опт. и спектр.*, **84**, № 5 (1998) 811
- [10] **N. N. Akhmediev.** *Opt. Lett.*, **15**, N 18 (1990) 1035—1037