V. 87, N 4

ВЛИЯНИЕ ФОТОУПРУГОГО И ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ЭФФЕКТОВ НА ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРОПУСКАЮЩИХ И ОТРАЖАТЕЛЬНЫХ ГОЛОГРАММ В ФОТОРЕФРАКТИВНОМ КРИСТАЛЛЕ

В. Н. Навныко^{1*}, В. В. Шепелевич¹, А. В. Макаревич¹, С. М. Шандаров²

УДК 535.4:548.0

¹ Мозырский государственный педагогический университет имени И. П. Шамякина,

274760, Мозырь, Беларусь; e-mail: valnav@inbox.ru

² Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, 634050, Томск, Россия

(Поступила 19 февраля 2020)

Построена поверхность нормальной составляющей компонент обратного тензора диэлектрической проницаемости кубического фоторефрактивного пьезокристалла Bi₁₂SiO₂₀ с записанной внутри объемной фазовой голографической решеткой с волновым вектором, ориентированным вдоль кристаллографического направления [111]. Установлено, что совместное действие фотоупругого и пьезоэлектрического эффектов приводит к увеличению нормальной составляющей компонент обратного тензора диэлектрической проницаемости вдоль направления [111] и уменьшению нормальной составляющей компонент обратного тензора диэлектрической проницаемости в перпендикулярном направлении. Показано, что анизотропия вклада фотоупругого и пьезоэлектрического эффектов обусловливает увеличение оптимизированных по азимутам линейной поляризации световых волн значений выходных энергетических характеристик для пропускающей голограммы и их уменьшение для отражательной голограммы.

Ключевые слова: голограмма, фоторефрактивный кристалл, диэлектрическая проницаемость, фотоупругий эффект, пьезоэлектрический эффект, дифракционная эффективность, относительная интенсивность предметной волны.

We constructed the surface of the normal component of the inverse tensor of the dielectric permittivity of a cubic photorefractive piezoelectric $Bi_{12}SiO_{20}$ crystal. A volume phase holographic grating with a wave vector along the $\begin{bmatrix} 1\overline{1}1 \end{bmatrix}$ crystallographic axis was recorded in this crystal. It is established that the combined action of the photoelastic and piezoelectric effects leads to increasing the normal component of the inverse tensor of the dielectric permittivity along the $\begin{bmatrix} 1\overline{1}1 \end{bmatrix}$ direction and decreasing the normal component of the inverse tensor of the dielectric permittivity in the perpendicular direction. It is revealed that the anisotropy of the contribution of the photoelastic and piezoelectric effects causes an increase in the output energetic characteristics (optimized in the azimuth of polarization of light waves) for the transmission hologram and their decrease for the reflection hologram.

Keywords: hologram, photorefractive crystal, dielectric permittivity, photoelastic effect, piezoelectric effect, diffraction efficiency, relative intensity of the object wave.

INFLUENCE OF PHOTOELASTIC AND PIEZOELECTRIC EFFECTS ON THE ENERGETIC CHARACTERISTICS OF TRANSMISSION AND REFLECTION HOLOGRAMS IN A PHOTO-REFRACTIVE CRYSTAL

V. N. Naunyka^{1*}, **V. V. Shepelevich**¹, **A. V. Makarevich**¹, **S. M. Shandarov**² (¹ Mozyr State Pedagogical University named after I. P. Shamyakin, Mozyr, 247760, Belarus; e-mail: valnav@inbox.ru; ² Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics, Tomsk, 634050, Russia)

Введение. Совместное действие фотоупругого и обратного пьезоэлектрического эффектов (далее — "пьезоэффект") приводит к дополнительному изменению тензора диэлектрической проницаемости фоторефрактивного пьезокристалла на оптических частотах [1]. Пьезоэффект может оказывать влияние на свойства объемной фазовой голограммы, сформированной в кубическом фоторефрактивном кристалле [2]. В работе [3] показано, что для кристалла $Bi_{12}SiO_{20}$ (BSO) среза ($\overline{110}$) зависимости дифракционной эффективности пропускающей голограммы от ориентационного угла, полученные в результате теоретических расчетов и экспериментальным способом, удовлетворительно согласуются при учете совместного действия линейного электрооптического эффекта, пьезоэффекта и оптической активности. Обзор научных публикаций по изучению пьезоэффекта в фоторефрактивных кристаллах и его влиянию на свойства объемных фазовых голограмм представлен в [4].

Теоретическому анализу влияния оптической активности и пьезоэффекта на зависимость относительной интенсивности γ предметной волны от толщины *d* кристалла и ориентационного угла θ при двухволновом взаимодействии на пропускающей голограмме в фоторефрактивном кристалле BSO среза ($\overline{110}$) посвящена работа [5]. Ориентационный угол θ отсчитывался от кристаллографического направления [001] к волновому вектору **K** пропускающей голограммы при его повороте в плоскости среза кристалла. Установлено, что в случае, когда световые волны имеют линейные или циркулярные поляризации, учет пьезоэффекта может приводить к увеличению максимальной относительной интенсивности предметной волны и уменьшению ее минимальных значений. В [5] также показано, что пьезоэффект обусловливает увеличение максимальной относительной интенсивности предметной волны, оптимизированной по входным азимутам поляризации световых волн.

Аналитические выражения для интенсивностей опорной и предметной световых волн при двухволновом взаимодействии на пропускающей голограмме, сформированной в кубическом оптически активном фоторефрактивном пьезокристалле класса симметрии 23 среза (110), представлены в [6], где также определены оптимальные значения входных азимутов поляризации световых волн и ориентационного угла, при которых для кристалла BSO толщиной 2.19 мм достигается наибольший энергетический обмен при двухволновом взаимодействии. Показано, что пренебрежение оптической активностью и пьезоэффектом приводит к возникновению расхождений между результатами теоретических расчетов и экспериментальными данными.

В работе [7] теоретически и экспериментально изучено влияние оптической активности и пьезоэффекта на зависимости относительной интенсивности предметной волны и дифракционной эффективности η (далее — выходные энергетические характеристики) пропускающих голограмм, сформированных в фоторефрактивных пьезокристаллах классов симметрии 23 (BSO) и $\overline{43}$ m (GaAs), от толщины кристалла и ориентационного угла. Рассмотрены монокристаллические образцы среза (111), а ориентационный угол θ отсчитывается от кристаллографического направления [$\overline{112}$] к волновому вектору **K** пропускающей голограммы при его повороте в плоскости данного среза. Показано, что для кристалла среза (111) учет пьезоэффекта приводит к увеличению максимальных значений относительной интенсивности предметной волны и дифракционной эффективности пропускающей голограммы. Установлено, что пьезоэффект влияет на выходные энергетические характеристики пропускающей голограммы для всех направлений вектора **K**. лежашего в плоскости (111).

в отличие от среза (110), для которого пьезоэффект не проявляется при ориентации вектора К вдоль направления [001]. Влияние пьезоэффекта на зависимости относительной интенсивности предметной волны и ди-

Влияние пьезоэффекта на зависимости относительной интенсивности предметной волны и дифракционной эффективности отражательной голограммы, сформированной в кубическом фоторефрактивном кристалле класса симметрии 23, от его толщины *d* изучены в [8]. Получены аналитические выражения для нахождения компонент вектора напряженности электрического поля предметной волны, прошедшей кубический фоторефрактивный пьезокристалл при встречном двухволновом взаимодействии на голограмме отражательного типа. В [8] показано, что в кристалле BSO среза (111) для такого взаимодействия пьезоэффект обусловливает уменьшение как относительной интенсивности предметной волны, так и дифракционной эффективности отражательной голограммы.

В работе [9] проведено сравнительное изучение влияния пьезоэффекта на зависимость максимальных значений дифракционной эффективности отражательной голограммы, сформированной в кристалле Bi₁₂TiO₂₀ (BTO) срезов {100} и {111}. Показано, что если толщина *d* кристалла BTO <16 мм, то максимальная дифракционная эффективность достигается в образцах среза {100}, где вклад пьезоэффекта отсутствует. Если толщина кристалла ВТО ≥16 мм, то максимальная дифракционная эффективность отражательной голограммы достигается для среза {111} и уменьшается при "включении" пьезоэффекта.

Цель настоящей работы — изучение особенностей влияния пьезоэффекта на выходные энергетические характеристики пропускающих и отражательных голограмм, сформированных в кубическом фоторефрактивном кристалле класса симметрии 23, а также причин, по которым пьезоэффект обусловливает повышение максимальных значений выходных энергетических характеристик пропускающих голограмм и их уменьшение для отражательных голограмм.

Теоретическая модель. Вследствие анизотропии физических свойств кристалла BSO влияние пьезоэффекта на выходные характеристики пропускающей и отражательной голограмм можно сравнить только в случае, когда волновые векторы **K** голограмм одинаково ориентированы в кристаллографической системе координат. В этих условиях фоторефрактивный кристалл реагирует одинаково на действие наведенной интерференционной картины. Рассмотрим случай, когда волновой вектор **K** ориентирован вдоль кристаллографических направлений вида <111>. Выбор такой ориентации волнового вектора **K** обусловлен тем, что в этом случае выходные энергетические характеристики пропускающих и отражательных голограмм могут достигать максимума среди значений, рассчитанных для всех направлений вектора **K** в кристаллографической системе координат (см., например, [8, 10, 11]).

Рассмотрим две схемы двухволнового взаимодействия на объемной фазовой синусоидальной голограмме (рис. 1). На рис. 1, *а* представлена схема двухволнового взаимодействия на пропускающей голограмме, записанной в кристалле BSO среза ($\overline{110}$). Ориентационный угол θ используется для задания углового расстояния между осью [001] и лежащим в плоскости ($\overline{110}$) волновым вектором **К** пропускающей голограммы. Если $\theta \approx 54.7^\circ$, то вектор **К** направлен вдоль кристаллографического направления [$1\overline{11}$]. На рис. 1, *б* представлена схема двухволнового взаимодействия на записанной в кристалле BSO среза ($\overline{111}$) отражательной голограмме с волновым вектором **К**, ориентированным вдоль [$1\overline{11}$]. Таким образом, представленные на рис. 1, *а* и *б* схемы двухволнового взаимодействия соответствуют случаю, когда волновые векторы пропускающей и отражательной голограмм параллельны друг другу и направлены вдоль кристаллографической оси [$1\overline{11}$].



Рис. 1. Схемы двухволнового взаимодействия на пропускающей (a, b) и отражательной (δ, c) голограммах, представленные в рабочей (a, δ) и кристаллографической (b, c) системах координат

На рис. 1 единичные векторы \mathbf{e}_1 и \mathbf{e}_2 являются ортами рабочей системы координат (\mathbf{e}_1 , \mathbf{e}_2 , \mathbf{e}_3), где $\mathbf{e}_3 = [\mathbf{e}_1 \times \mathbf{e}_2]$. Плоскость I, перпендикулярная вектору \mathbf{e}_1 , параллельна плоскости лабораторного стола и содержит единичные векторы \mathbf{e}_2 и \mathbf{e}_3 . Плоскость II, перпендикулярная единичному вектору \mathbf{e}_3 , параллельна рабочим граням кристалла и содержит единичные векторы \mathbf{e}_1 и \mathbf{e}_2 . Следует отметить, что волновой вектор **K** пропускающей голограммы лежит в плоскости II (рис. 1, *a*, *b*), а волновой вектор **K** отражательной голограммы перпендикулярен плоскости II (рис. 1, *a*, *b*), а волновой вектор **K** отражательной голограммы перпендикулярен плоскости II (рис. 1, *b*, *c*). Единичные векторы (\mathbf{q}_R , \mathbf{u}_R , \mathbf{n}_R) и (\mathbf{q}_S , \mathbf{u}_S , \mathbf{n}_S) определяют ортонормированные базисы, используемые для задания направлений распространения опорной и предметной волн, а также для описания поляризаций волн. Единичные векторы \mathbf{R} и \mathbf{N}_S совпадают по направлению с волновыми нормалями опорной и предметной волн. Векторы \mathbf{R} и \mathbf{N}_S отображают векторы напряженности электрических полей световых волн и перпендикулярны векторы и пер. Параметры ψ_R и ψ_S являются азимутами поляризации опорной и предметной волн. Вимуты поляризации выбираются таким образом, чтобы при распространении волн в кристалле угол между векторами \mathbf{R} и \mathbf{S} стремился к нулю.

На рис. 1, *в* и *г* показано взаимное расположение рабочей (**e**₁, **e**₂, **e**₃) и кристаллографической (**a**, **b**, **c**) систем координат при двухволновом взаимодействии по схемам рис. 1, *a* и *б*. Плоскость III перпендикулярна единичному вектору **c** (**c** $\uparrow\uparrow$ [001]) и содержит единичные векторы **a** (**a** $\uparrow\uparrow$ [100]), **b** (**b** $\uparrow\uparrow$ [010]). Как видно из построения, в обоих случаях в кристаллографической системе координат волновые векторы пропускающей и отражательной голограмм ориентированы вдоль направления [111]. На рис. 1, *a* плоскости II и III перпендикулярны друг другу и пересекаются по прямой, параллельной вектору **e**₂. При увеличении ориентационного угла θ вектор **K** поворачивается в плоскости II против часовой стрелки, если смотреть навстречу вектору **e**₃. При $\theta \approx 54.7^\circ$ вектор **e**₁ ориентирован вдоль кристаллографического направления [1112], вектор **e**₂ — вдоль [1111], вектор **e**₃ — вдоль [110]. На рис. 1, *в* плоскость III повернута на 54.7° относительно плоскости II вокруг оси, совпадающей по направлению с вектором **e**₁. В этом случае векторы **e**₁, **e**₂, **e**₃ сонаправлены кристаллографическом **c**₁. Та та соответственно.

При расчетах рассматривался кристалл с параметрами BSO, заимствованными из работ [12-14]: показатель преломления невозмущенного кристалла n₀=2.54 [12]; электрооптический коэффициент $r_{41} = -5 \cdot 10^{-12}$ м/В [12]; коэффициенты упругости $c_1 = 12.96 \cdot 10^{10}$ H/м², $c_2 = 2.99 \cdot 10^{10}$ H/м², $c_3 = 2.45 \cdot 10^{10}$ H/м² [13]; коэффициенты фотоупругости $p_1 = -0.16$, $p_2 = -0.13$, $p_3 = -0.12$, $p_4 = -0.015$ [14]; пьезоэлектрический коэффициент $e_{14} = 1.12$ Кл/м² [13]. Здесь приняты следующие обозначения для ненулевых компонент тензоров линейного электрооптического (\hat{r}^S) , фотоупругого (\hat{p}^E) и обратного пьезоэлектрического (\hat{e}) эффектов, а также компонент тензора упругости (\hat{c}^{E}) : $r_{123}^{S} = r_{132}^{S} = r_{213}^{S} = r_{213}^{S} = r_{312}^{S} = r_{321}^{S} = r_{41}^{S}, \quad p_{11}^{E} = p_{22}^{E} = p_{33}^{E} \equiv p_{1}, \quad p_{12}^{E} = p_{23}^{E} = p_{31}^{E} \equiv p_{2}, \quad p_{13}^{E} = p_{21}^{E} = p_{32}^{E} \equiv p_{3}, \quad p_{44}^{E} = p_{44}^{$ $= p_{55}^{E} = p_{66}^{E} \equiv p_{4}, \ e_{123} = e_{132} = e_{213} = e_{231} = e_{312} = e_{321} \equiv e_{14}, \ c_{11}^{E} = c_{22}^{E} = c_{33}^{E} \equiv c_{1}, \ c_{12}^{E} = c_{13}^{E} = c_{21}^{E} = c_{31}^{E} = c_{32}^{E} \equiv c_{23}^{E} \equiv c_{23}^{E} = c_{23}^{E} = c_{23}^{E} \equiv c_{23}^{E} \equiv c_{23}^{E} = c_{23}^{E} = c_{23}^{E} \equiv c_{2$ $c_{44}^{E} = c_{55}^{E} = c_{66}^{E} \equiv c_{3}$. Индекс *S* для тензора линейного электрооптического эффекта \hat{r}^{S} означает, что компонента r₄₁ тензора линейного электрооптического эффекта измерялась для зажатого кристалла; компоненты тензоров упругости \hat{c}^E и фотоупругого эффекта \hat{p}^E измерялись при постоянном электрическом поле [15, 16]. Напряженность электрического поля голограммы взята из [11]. При расчете относительной интенсивности предметной волны напряженность 1.93 кВ/см, при нахождении дифракционной эффективности 0.76 кВ/см. При расчетах использованы параметры: отношение интенсивностей опорной и предметной волн 2:1, длина волны $\lambda = 633$ нм, удельное вращение кристалла BSO $\rho = 0.4$ рад/мм.

Результаты и их обсуждение. На рис. 2 представлены зависимости максимальных и минимальных значений дифракционной эффективности голограммы и относительной интенсивности предметной волны от толщины кристалла, рассчитанные для пропускающей и отражательной голограмм. На рис. 2, *a*, *б* и *г* кривые *l* и *3* соответствуют зависимостям максимальных значений дифракционной эффективности голограммы и относительной интенсивности предметной волны от толщины кристалла, кривые *2* и *4* — минимальным значениям. При этом кривые *l* и *2* рассчитаны с учетом, а кривые 3 и 4 — без учета пьезоэффекта. На рис. 2, *в* представлены рассчитанные без учета (кривая *1*) и с учетом пьезоэффекта (кривая *2*) зависимости дифракционной эффективности отражательной голограммы от толщины кристалла.



Рис. 2. Зависимости максимальных и минимальных значений дифракционной эффективности (*a*, *e*) и относительной интенсивности предметной волны (*б*, *г*) от толщины кристалла, рассчитанные для пропускающей (*a*, *б*) и отражательной (*в*, *г*) голограмм

Дифракционная эффективность η голограммы полагалась как выраженное в процентах отношение интенсивности восстановленной предметной волны на выходе из кристалла к интенсивности опорной волны на входе в кристалл. Относительная интенсивность у предметной волны полагалась равной отношению интенсивности предметной волны на выходе из кристалла к ее начальной интенсивности.

Максимальные и минимальные значения выходных энергетических характеристик голограмм рассчитаны следующим образом. Для кристалла фиксированной толщины d перебирались с шагом 1° азимуты ψ_R , ψ_S и на основе решения уравнений связанных волн [6, 8] вычислялись η и γ . Из полученных значений выбирались максимальные (η^{max} , γ^{max}) и минимальные (η^{min} , γ^{min}). Расчет повторялся для кристалла другой толщины. В результате повторения расчетов для различных d формировалась совокупность данных, на основании которых строились зависимости $\eta^{max}(d)$, $\eta^{min}(d)$, $\gamma^{max}(d)$, $\gamma^{min}(d)$.

Как видно из рис. 2, *a* и *б*, учет пьезоэффекта приводит к увеличению максимальных дифракционных эффективностей пропускающей голограммы (рис. 2, *a*) и относительной интенсивности предметной волны (рис. 2, *б*) при двухволновом взаимодействии на пропускающей голограмме. При выполнении условия $\rho d = \pi$ при $d \approx 7.8$ мм, где ρ — удельное вращение кристалла, дифракционная эффективность и относительная интенсивность предметной волны практически не зависят от азимутов ψ_R , ψ_S : $\eta^{max} \approx \eta^{min}$, $\gamma^{max} \approx \gamma^{min}$. При выполнении равенства $\rho d = \pi/2$ ($d \approx 3.9$ мм) разница между максимальными и минимальными η и γ наибольшая. Наличие этих особенностей зависимостей $\eta^{max}(d)$, $\eta^{min}(d)$, $\gamma^{max}(d)$, $\gamma^{min}(d)$ обусловлено совместным действием наведенной оптической анизотропии и оптической активности кристалла.

При расчете выходных энергетических характеристик отражательной голограммы "включение" пьезоэффекта обусловливает уменьшение дифракционной эффективности η (рис. 2, *в*) и максимальной относительной интенсивности γ^{max} предметной волны (рис. 2, *г*) [8, 9]. При этом минимальные

значения относительной интенсивности γ^{\min} предметной волны под действием пьезоэффекта увеличиваются. Отметим, что дифракционная эффективность отражательной голограммы, сформированной в кристалле BSO среза (11), практически не зависит от азимута ψ_R и зависимости $\eta^{\max}(d)$, $\eta^{\min}(d)$ вырождаются в кривую $\eta(d)$. В отличие от случая пропускающей голограммы оптическая активность не оказывает влияния на дифракционную эффективность отражательной голограммы и η возрастает с увеличением толщины кристалла. Кроме того, оптическая активность не влияет и на зависимость относительной интенсивности предметной волны от толщины кристалла — зависимости $\gamma^{\max}(d)$, $\gamma^{\min}(d)$ изменяются линейно с увеличением толщины кристалла.

Таким образом, при ориентации волновых векторов пропускающей и отражательной голограмм вдоль направления $\begin{bmatrix} 1 \overline{1}1 \end{bmatrix}$ пьезоэффект для пропускающей голограммы увеличивает максимальные значения дифракционной эффективности и относительной интенсивности предметной волны, а для отражательной уменьшает.

Для объяснения различного влияния пьезоэффекта на выходные энергетические характеристики пропускающих и отражательных голограмм проанализируем изменение обратного тензора диэлектрической проницаемости $\Delta \hat{b}$ под действием электрического поля голографической решетки с вектором напряженности \mathbf{E}_{sc} , направленным вдоль $\begin{bmatrix} 1 \overline{1} 1 \end{bmatrix}$ ($\mathbf{K} \uparrow \mathbf{E}_{sc} \uparrow \uparrow \begin{bmatrix} 1 \overline{1} 1 \end{bmatrix}$). Рассмотрим тонкий слой кристалла BSO, для которого $\mathbf{E}_{sc} = \text{const.}$ Для характеристики изменения тензорного свойства в заданном направлении используем указательную поверхность нормальной составляющей изменения компонент обратного тензора диэлектрической проницаемости [17—20]:

$$\chi(\mathbf{l}) = \mathbf{l}\,\Delta b\,\mathbf{l} = \Delta b_{mn} l_m l_n,\tag{1}$$

где χ — нормальная составляющая обратного тензора в направлении вектора l; l_i — компоненты единичного вектора l (i = 1, 2, 3). Нормальная составляющая χ равна проекции вектора $\Delta \hat{b}$ l на направление, параллельное вектору l. В кристаллографической системе вектор l задается выражениями: $l_1 = \cos\alpha \sin\beta$, $l_2 = \sin\alpha \sin\beta$, $l_3 = \cos\beta$, где α — угол между осью [100] и проекцией вектора l на плоскость (001), β — угол между осью [001] и вектором l.

Система уравнений связанных волн, описывающая дифракцию опорной и предметной световых волн на элементарной синусоидальной фазовой решетке, может быть записана в виде [12]:

$$\frac{dR(z)}{dz} = i \frac{\pi n_0^3}{2\lambda \cos \theta_R} (\mathbf{e}_R^* \Delta \hat{b} \mathbf{e}_S) S(z) , \qquad (2)$$

$$\frac{dS(z)}{dz} = i \frac{\pi n_0^3}{2\lambda \cos \theta_s} (\mathbf{e}_R^* \Delta \hat{b} \mathbf{e}_S) R(z), \qquad (3)$$

где R и S — модули векторов напряженности электрических полей опорной и предметной световых волн; \mathbf{e}_R и \mathbf{e}_S — нормированные векторы поляризации опорной и предметной волн; θ_R и θ_S — углы между векторами \mathbf{e}_3 и \mathbf{n}_R , \mathbf{n}_S .

Для упрощения дальнейших расчетов необходимо сделать несколько допущений.

1. Рассмотрим случай линейной поляризации световых волн ($\mathbf{e}_{S}^{*} = \mathbf{e}_{S}$, $\mathbf{\hat{e}}_{R}^{*} = \mathbf{e}_{R}$), тогда с учетом симметричности тензора $\Delta \hat{b}$ получаем ($\mathbf{e}_{R} \Delta \hat{b} \mathbf{e}_{S}$) = ($\mathbf{e}_{S} \Delta \hat{b} \mathbf{e}_{R}$).

2. Входные азимуты поляризации выбираем таким образом, чтобы внутри кристалла векторы **R** и **S** были параллельны друг другу, тогда $\mathbf{e}_R = \mathbf{e}_S = \mathbf{e}$.

3. Положим, что в случае пропускающей голограммы углы θ_R и θ_S малы ($\cos\theta_R \approx \cos\theta_S \approx 1$), а для отражательной голограммы $\theta_S \approx 180^\circ$, тогда $\cos\theta_R \approx 1$, $\cos\theta_S \approx -1$.

С учетом изложенных допущений постоянная связи в уравнениях (2) и (3) может быть записана в виде $\kappa(\mathbf{e}) = (\pi n_0^3/2\lambda)(\mathbf{e} \Delta \hat{b} \mathbf{e})$, где $\kappa_0 = \pi n_0^3/2\lambda$ — постоянный множитель, который зависит от показателя преломления n_0 невозмущенного кристалла и длины волны λ световых волн. В результате формальной замены $\mathbf{e} \rightarrow \mathbf{I}$ выражение (1) можно записать в виде

$$\chi(\mathbf{I}) = (1/\kappa_0)\kappa(\mathbf{I}). \tag{4}$$

Из (4) следует, что нормальная составляющая обратного тензора диэлектрической проницаемости прямо пропорциональна постоянной связи. Таким образом, указательная поверхность нормальной составляющей обратного тензора диэлектрической проницаемости может рассматриваться как зависимость постоянной связи от направления вектора е в кристаллографической системе координат.

На рис. 3 представлена указательная поверхность нормальной составляющей обратного тензора диэлектрической проницаемости кристалла BSO, в котором записана объемная фазовая голограмма с волновым вектором, направленным вдоль [11].



Рис. 3. Указательная поверхность нормальной составляющей обратного тензора диэлектрической проницаемости кристалла BSO с записанной внутри объемной фазовой голограммой, волновой вектор которой ориентирован вдоль направления [11]

Методика построения указательной поверхности заключается в следующем. Для каждого направления вектора I на основании приведенных в [4, 16] выражений вычисляются компоненты тензора $\Delta \hat{b}$ и в соответствии с (4) находится нормальная составляющая χ . Далее по всем возможным направлениям вектора I, исходящим из начала кристаллографической системы координат, откладываются численно равные нормальной составляющей χ отрезки. Концы этих отрезков в совокупности образуют указательную поверхность. Для некоторых направлений вектора I нормальная составляющая χ может принимать отрицательные значения. Поэтому, если параметр χ имеет положительный знак, то соответствующая часть указательной поверхности окрашивается в белый цвет, отрицательный — в черный.

Указательная поверхность на рис. 3 представляет собой сложную фигуру, состоящую из следующих частей: две соприкасающихся поверхности и перпендикулярная им торообразная поверхность. Эта поверхность описывается предельной группой ∞ /mm. Поворотная ось симметрии бесконечного порядка параллельна вектору **K** и, соответственно, любое перпендикулярное вектору **K** сечение указательной поверхности является фигурой вращения. Внешняя симметрия указательной поверхности соответствует такому тензору второго ранга, для которого в главной системе координат две диагональные компоненты равны и отличаются от третьей компоненты величиной и знаком [18].

Проанализируем сечения представленной на рис. 3 указательной поверхности плоскостями, проходящими через начало координат и параллельными плоскостям (110) и $(1\overline{1}1)$ (рис. 4). На рис. 4, *a* и *б* показано взаимное расположение секущих плоскостей и указательной поверхности, на рис. 4, *b* и *z* сечения указательной поверхности: светлые толстые кривые — следы пересечений секущих плоскостей с окрашенной в белый цвет частью указательной поверхности, темные — с окрашенной в черный цвет частью указательной поверхности. На рис. 4, *b* и *z* светлыми и темными тонкими пунктирными линиями изображены следы пересечений секущих плоскостей с указательной поверхностью нормальной составляющей обратного тензора диэлектрической проницаемости кристалла BSO, рассчитанной без учета пьезоэффекта (на рис. 3, рис. 4, *a* и *б* поверхность не изображена). На рис. 4, *b* и *z* штриховкой обозначены сечения части указательной поверхности, окрашенной в черный цвет.

При двухволновом взаимодействии на пропускающей голограмме по схеме рис. 1, *а* в приближении малости углов θ_R и θ_S при одинаковом изменении азимутов ψ_R и ψ_S векторы \mathbf{e}_R и \mathbf{e}_S параллельны друг другу и поворачиваются в плоскости (110), параллельной поскости сечения (рис. 4, a). Как видно из рис. 4, δ , максимальное положительное значение нормальной составляющей χ достигается вдоль волнового вектора **K** и увеличивается под действием пьезоэффекта, что обусловливает увеличение амплитуды дифрагированной предметной волны и приводит к возрастанию дифракционной эффективности и относительной интенсивности предметной волны. Наибольшее отрицательное значение нормальной составляющей χ достигается в направлении, перпендикулярном волновому вектору **K**, при этом оно уменьшается по абсолютной величине при "включении" пьезоэффекта. Это обусловливает уменьшение амплитуд находящихся в противофазе волн, возникших при дифракции опорной волны на голограмме, и соответствующее увеличение минимальных значений дифракционной эффективности и относительной интенсивности предметной волны.

Рассмотрим двухволновое взаимодействие на отражательной голограмме по схеме рис. 1, δ . Предположим, что азимуты ψ_R , ψ_S выбираются таким образом, чтобы векторы \mathbf{e}_R и \mathbf{e}_S были сонаправлены при распространении опорной и предметной волн внутри кристалла. В этом случае векторы \mathbf{e}_R и \mathbf{e}_S лежат в плоскости (111), параллельной плоскости сечения (рис. 4, δ). При любой ориентации векторов \mathbf{e}_R и \mathbf{e}_S пьезоэффект приводит к уменьшению нормальной составляющей χ и обусловливает уменьшение дифракционной эффективности отражательной голограммы и максимальных значений относительной интенсивности предметной волны (рис. 4, ϵ). Сечение указательной поверхности нормальной составляющей χ в виде окружности указывает на то, что отражательная голограмма оптически является поперечно изотропной. Этим объясняется малое влияние оптической активности на зависимость выходных энергетических характеристик отражательной голограммы от толщины кристалла.

Поскольку в соответствии с выражением (4) постоянная связи пропорциональна нормальной составляющей, можно утверждать, что при $\mathbf{K} \| \begin{bmatrix} 1 \overline{1} 1 \end{bmatrix}$ наибольшие положительные значения постоянной связи к достигаются вдоль вектора **K** и увеличиваются под действием пьезоэффекта, а наибольшие отрицательные значения постоянной связи к, достигаемые вдоль перпендикулярных вектору **K**



Рис. 4. Сечения указательной поверхности нормальной составляющей изменения компонент обратного тензора диэлектрической проницаемости кристалла BSO с записанной синусоидальной фазовой голограммой с волновым вектором, ориентированным вдоль кристаллографического направления [11], плоскостями, параллельными (110) (*a*, *e*), (111) (*б*, *c*) и проходящими через начало кристаллографической системы координат

направлений, уменьшаются под действием пьезоэффекта. Таким образом, анизотропия пьезоэффекта проявляется в увеличении постоянных связи для пропускающих голограмм и их уменьшении для отражательных голограмм. Это приводит к увеличению максимальных значений выходных характеристик пропускающих голограмм под действием пьезоэффекта и их уменьшению для отражательных голограмм.

Заключение. Построена и проанализирована указательная поверхность нормальной составляющей изменения компонент обратного тензора диэлектрической проницаемости кристалла BSO, в котором сформирована синусоидальная фазовая голограмма с волновым вектором, ориентированным вдоль кристаллографического направления [11]. Построены зависимости максимальных и мини-

мальных значений относительной интенсивности предметной волны и дифракционной эффективности пропускающей и отражательной голограмм от толщины кристалла BSO. Показано, что анизотропия пьезоэффекта обусловливает увеличение постоянной связи в уравнениях связанных волн вдоль направления [11] и его уменьшение вдоль любых направлений, перпендикулярных оси [11].

Вследствие дополнительного вклада пьезоэффекта максимальные значения относительной интенсивности предметной волны и дифракционной эффективности для пропускающей голограммы увеличиваются, а для отражательной голограммы уменьшаются.

Работа выполнена при поддержке Министерства образования Республики Беларусь в рамках задания 1.2.01 Государственной программы научных исследований "Фотоника, опто- и микроэлектроника" на 2016—2020 гг., Министерства науки и высшего образования Российской Федерации в рамках госзадания на 2020—2023 гг. (задание FEWM-2020-0038/3).

[1] А. А. Изванов, А. Е. Мандель, Н. Д. Хатьков, С. М. Шандаров. Автометрия, 2 (1986) 79—84 [2] С. И. Степанов, С. М. Шандаров, Н. Д. Хатьков. ФТТ, 29, № 10 (1987) 3054—3058

[3] А. Е. Мандель, С. М. Шандаров, В. В. Шепелевич. Письма в ЖТФ, 14, № 23 (1988) 2147—2151

[4] В. В. Шепелевич. Журн. прикл. спектр., 78, № 4 (2011) 493—515 [V. V. Shepelevich. J. Appl. Spectr., 78 (2011) 461—483]

[5] V. V. Shepelevich, N. N. Egorov, P. P. Khomutovskiy, G. von Bally, M. Weber, A. A. Firsov. Ferroelectrics, 234, N 1-4 (1999) 289—309

[6] V. V. Shepelevich, N. N. Egorov, Victor Shepelevich. J. Opt. Soc. Am. B, 11, N 8 (1994) 1394-1402

[7] V. V.Shepelevich, S. F. Nichiporko, A. E. Zagorskiy, N. N. Egorov, Yi Hu, K. H. Ringhofer, E. Shamonina, V. Ya. Gayvoronsky. Ferroelectrics, 266 (2002) 641–669

[8] В. В. Шепелевич, В. Н. Навныко, С. Ф. Ничипорко, С. М. Шандаров, А. Е. Мандель. Письма в ЖТФ, 29, № 18 (2003) 22—28

[9] В. В. Шепелевич, В. Н. Навныко, С. М. Шандаров. Докл. ТУСУР, 26, № 2 (2012) 78—91

[10] E. Shamonina, V. P. Kamenov, K. H. Ringhofer, G. Cedilnik, A. Kiessling, R. Kowarschik. J. Opt. Soc. Am. B, 15, N 10 (1998) 2552—2559

[11] В. В. Шепелевич, Н. Н. Егоров, П. И.Ропот, А. А. Фирсов. Квант. электрон., **32**, № 1 (2002) 87—90

[12] М. П. Петров, С. И. Степанов, А. В. Хоменко. Фоторефрактивные кристаллы в когерентной оптике, СПб, Наука (1992)

[13] К. С. Александров, В. С. Бондаренко, М. П. Зайцева, Б. П. Сорокин, Ю. И. Кокорин, В. М. Зражевский, Б. В. Соболев. ФТТ, 26, № 12 (1984) 3603—3610

[14] Г. А. Бабонас, А. А. Реза, Е.И. Леонов, В. И. Шандарис. ЖТФ, 55, № 6 (1985) 1203—1205

[15] P. Gunter, M. Zgonik. Opt. Lett., 16 (1991) 1826–1828

[16] С. М. Шандаров, В. В. Шепелевич, Н. Д. Хатьков. Опт. и спектр., 67, № 4 (1989) 819—822

[17] Ю. И. Сиротин, М. П. Шаскольская. Основы кристаллофизики, Москва, Наука (1979)

[18] А. С. Сонин. Курс макроскопической кристаллофизики, Москва, ФИЗМАТЛИТ (2006)

[19] Д. М. Васильев. Физическая кристаллография, Москва, Металлургия (1981)

[20] Л. А. Шувалов, А. А. Урусовская, И. С. Желудев, А. В. Залесский, С. А. Семилетов, Б. Н. Гречушников, И. Г. Чистяков, С. А. Пикин. Современная кристаллография. Физические свойства кристаллов, Москва, Наука (1981)