

ГЕНЕРАЦИЯ ПРОСТРАНСТВЕННО КОРРЕЛИРОВАННЫХ НЕКЛАССИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ С ПОМОЩЬЮ ДВУХ- И ТРЕХМЕРНЫХ КВАНТОВЫХ АНТЕНН

С. В. Власенко

УДК 535.14

Институт физики НАН Беларуси,
220072, Минск, Беларусь; e-mail: svetlana.vlasenko@yahoo.com

(Поступила 5 августа 2020)

Рассчитаны и проанализированы поля, которые генерируют двумерные и трехмерные квантовые антенны из идентичных независимых двухуровневых излучателей. Показано, что двух- и трехмерные квантовые антенны позволяют добиться гораздо лучшей локализации распределения испущенного би- и трифотонного поля и его корреляций, чем одномерные квантовые антенны. Это делает двух- и трехмерные квантовые антенны перспективными для квантово-радарных приложений.

Ключевые слова: квантовая антенна, локализация, квантовые корреляции.

We calculate and analyze the fields generated by two- and three-dimensional quantum antennas from identical independent two-level emitters. It is shown that two- and three-dimensional quantum antennas permit to achieve much better localization of the distribution of the emitted biphoton and three-photon field and its correlations than one-dimensional antennas. This makes two- and three-dimensional quantum antennas promising for quantum-radar applications.

Keywords: quantum antennas, localization, quantum correlations.

Введение. Антенны являются неотъемлемой частью средств связи, радаров и ряда других систем для земных и космических применений. С развитием технологий появилась возможность использовать квантовые эффекты в антеннах [1—6]. Применение квантовых корреляций излучателей и испускаемого ими поля позволяет более эффективно управлять полем антенны, моделировать его форму, а также обеспечивает ряд других важных свойств, таких как сверхразрешение [7, 8] и понижение шума интенсивности ниже классического предела [9]. Преимущества квантовых антенн продемонстрированы на примере простого эквидистантного одномерного набора двухуровневых излучателей [10]. Показано, что даже достаточно простая одномерная конфигурация излучателей позволяет генерировать поля антенны различной формы, в частности, пары пространственно коррелированных (например, сонаправленных либо противоположно направленных) фотонов. Для этого используется квантовая перепутанность излучателей, а эффект достигается сочетанием классической и квантовой интерференции.

В настоящей работе рассматриваются двух- и трехмерные массивы излучателей (антенны) на основе подхода, предложенного в [10]. Излучающие свойства квантовой антенны характеризуются угловым распределением интенсивности, а также пространственных корреляций. Для анализа двух- и трехмерного случаев рассчитываются поля излучения, которые генерируют антенны, а также корреляционные функции поля разного порядка.

Теория. Поле, испущенное квантовой антенной из M идентичных двухуровневых излучателей, находившихся изначально в полностью возбужденных состояниях, на временах, намного больших скорости спонтанного испускания, может быть описано вектором состояния [11]:

GENERATION OF SPATIAL CORRELATED NON-CLASSICAL FIELDS USING TWO- AND THREE-DIMENSIONAL QUANTUM ANTENNAS

S. V. Vlasenko (B. I. Stepanov Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, 220072, Belarus; e-mail: svetlana.vlasenko@yahoo.com)

$$|\Psi\rangle = \int [\mathbf{n}, [\mathbf{n} \times \mathbf{d}]] \prod_{j=1}^M [d^2 \mathbf{k}_j a_j^+(\mathbf{k}_j) V(\mathbf{k}_j)] \Phi(\{\mathbf{k}_j\}) |vac\rangle, \quad (1)$$

где \mathbf{n} — единичный вектор, направленный от антенны к точке наблюдения; \mathbf{d} — дипольный момент излучателя; a_j^+ — оператор рождения для моды с импульсом \mathbf{k}_j , частотой $w(\mathbf{k}_j)$ и вектором поляризации $\mathbf{e}(\mathbf{k}_j)$; \mathbf{R}_j — положение излучателей; вектор $|vac\rangle$ описывает вакуумное состояние поля. Функция $V(\mathbf{k}_j)$ описывается как

$$V(\mathbf{k}_j) = \frac{\sqrt{w(\mathbf{k}_j)} \mathbf{de}(\mathbf{k}_j)}{w(\mathbf{k}_j) - w + i\gamma/2}, \quad (2)$$

где w — частота перехода для двухуровневого излучателя; γ — обратная скорость распада возбужденного состояния.

Фазовый множитель Φ определяется как

$$\Phi(\{\mathbf{k}_j\}) = \exp\left\{-i \sum_{m=1}^M \mathbf{k}_m \mathbf{R}_m\right\}. \quad (3)$$

В работе [10] показано, что для одномерной квантовой антенны, излучатели которой исходно находятся в состоянии с двумя возбуждениями:

$$|\Psi_{1D}\rangle = \sum_{j,m} c_{jm} |+_j, +_m\rangle, \quad (4)$$

где вектор $|+_j, +_m\rangle$ описывает состояние с возбужденными излучателями j и m , состояние испущенного поля описывается суперпозицией двухфотонных векторов (1) с весами c_{jm} (3). Эта суперпозиция может быть представлена в виде (1), но с фазовым множителем

$$\Phi(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) = \sum_{j,m} c_{jm} \exp\{-i(\mathbf{k}_1 \mathbf{R}_j + \mathbf{k}_2 \mathbf{R}_m)\} \sum_{j,m} c_{jm} \exp\{-i(j\mathbf{k}_1 + m\mathbf{k}_2) \cdot \Delta\}, \quad (5)$$

где $\Delta = \mathbf{R}_{j+1} - \mathbf{R}_j$, $\mathbf{R}_j = j\Delta$. Изменяя коэффициенты c_{jm} , можно создавать различные пространственные конфигурации испущенных фотонов: генерации коррелированных и антикоррелированных пар; испускание обоих фотонов в заданном направлении [10]. Например, выбор $c_{jm} = \delta_{j+m, N+1} / \sqrt{N}$, где N — число излучателей в антенне, обеспечивает распределение вероятностей

$$|\Phi(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2)|^2 = \frac{\sin^2(N(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) \cdot \Delta)}{\sin^2((\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) \cdot \Delta)}, \quad (6)$$

имеющее узкий максимум вблизи $\mathbf{k}_1 \cdot \Delta \approx \mathbf{k}_2 \cdot \Delta$, и, соответственно, излучение пар коррелированных фотонов.

Рассмотрим двухмерную квантовую антенну, у которой положение каждого излучателя описывается индексами j_x и j_y и задается вектором $\mathbf{R}_{j_x j_y} = j_x \Delta_x + j_y \Delta_y$, где $\Delta_x = |\Delta_x|$ и $\Delta_y = |\Delta_y|$ — расстояния между излучателями в направлении осей X и Y . Пусть приготовлено состояние излучателей, в котором присутствуют два возбуждения и испускаются два фотона:

$$|\Psi_{2D}\rangle = \sum_{j_x, j_y, m_x, m_y} c_{j_x j_y m_x m_y} |+_j, +_m\rangle. \quad (7)$$

По аналогии с формулой (5) запишем выражение для фазового множителя в двухмерном случае:

$$\begin{aligned} \Phi(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) &= \sum_{j_x, j_y, m_x, m_y} c_{j_x j_y m_x m_y} \exp\{-i(\mathbf{k}_1 \mathbf{R}_{j_x j_y} + \mathbf{k}_2 \mathbf{R}_{m_x m_y})\} = \\ &= \sum_{j_x, j_y, m_x, m_y} c_{j_x j_y m_x m_y} \exp\{-i(j_x \mathbf{k}_1 + m_x \mathbf{k}_2) \cdot \Delta_x\} \exp\{-i(j_y \mathbf{k}_1 + m_y \mathbf{k}_2) \cdot \Delta_y\}. \end{aligned} \quad (8)$$

Если представить коэффициенты $c_{j_x j_y m_x m_y}$ в виде произведения $c_{j_x j_y m_x m_y} = c_{j_x m_x}^x c_{j_y m_y}^y$, выражение (8) факторизуется:

$$\Phi(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) = \Phi_x(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) \Phi_y(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2), \quad (9)$$

где
$$\Phi_s(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) = \sum_{j, m} c_{jm}^s \exp\{-i(j\mathbf{k}_1 + m\mathbf{k}_2) \cdot \Delta_s\}, \quad s = x, y. \quad (10)$$

Изменяя коэффициенты $c_{j_x m_x}^x$ и $c_{j_y m_y}^y$, можно отдельно управлять компонентами $k_{lx} = \mathbf{k}_l \cdot \Delta_x$ и $k_{ly} = \mathbf{k}_l \cdot \Delta_y$ волновых векторов испущенных фотонов. В частности, для $c_{jm}^x = \delta_{j+m, N+1} / \sqrt{N_x}$ и $c_{jm}^y = \delta_{j+m, N+1} / \sqrt{N_y}$, где N_x и N_y — числа излучателей в двумерном массиве вдоль направлений X и Y , выполняется условие корреляции вдоль направлений $k_{1x} \approx k_{2x}$ и $k_{1y} \approx k_{2y}$, что с учетом равенства модулей $|\mathbf{k}_1| = |\mathbf{k}_2|$ обеспечивает корреляцию фотонов в пространстве.

Пусть один из фотонов зарегистрирован в направлении \mathbf{k}_1 . Для одномерной антенны, направленной вдоль оси X , из соотношения (6) следует, что с наибольшей вероятностью второй фотон будет зарегистрирован вблизи конуса, содержащего \mathbf{k}_1 и ориентированного вокруг оси X (рис. 1, а). Исходный метод [10] обеспечивает корреляцию фотонов только при их рассмотрении в пределах заданной плоскости. В общем, фотоны могут распространяться вдоль разных направлений, принадлежащих одному конусу. Аналогично для одномерной антенны, направленной вдоль оси Y , векторы \mathbf{k}_1 и \mathbf{k}_2 должны принадлежать одному конусу, но уже направленному вдоль оси Y (рис. 1, б). Для двумерной антенны, согласно (9), должны одновременно выполняться оба условия — возможные направления \mathbf{k}_2 ограничиваются окрестностями направлений, в которых два конуса пересекаются (рис. 1, в). Таким образом, оба фотона с наибольшей вероятностью летят либо в одном направлении (причем случайном), либо их волновые векторы направлены симметрично относительно отражения в плоскости XY .

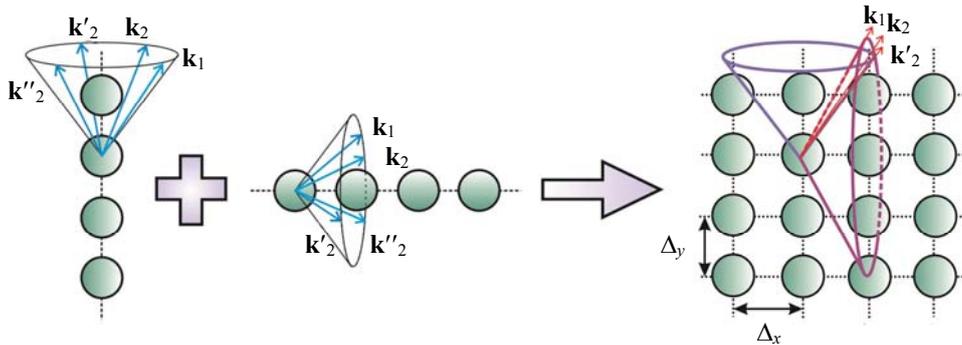


Рис. 1. Схема, иллюстрирующая направления испускания фотонов для двумерной квантовой антенны

Рассмотрим трехмерную квантовую антенну, которая излучает два фотона. Пусть положение каждого излучателя описывается индексами j_x, j_y и j_z и задается вектором $\mathbf{R}_{j_x j_y j_z} = j_x \Delta_x + j_y \Delta_y + j_z \Delta_z$, где $\Delta_z = |\Delta_z|$ — расстояние между излучателями в направлении оси Z . Основываясь на рассуждениях, аналогичных двумерному случаю, и предполагая факторизацию коэффициентов $c_{j_x j_y j_z m_x m_y m_z} = c_{j_x m_x}^x c_{j_y m_y}^y c_{j_z m_z}^z$, определяющих квантовое состояние излучателей, получаем

$$\Phi(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) = \Phi_x(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) \Phi_y(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) \Phi_z(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2), \quad (11)$$

где $\Phi_z(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2)$ определяется соотношением (10) при $s = z$. Трехмерная антенна позволяет увеличить корреляцию фотонов по сравнению с двумерным случаем как за счет снятия вырождения, вызванного симметрией относительно плоскости XY , так и в результате сужения распределения возможных отклонений \mathbf{k}_2 от \mathbf{k}_1 (рис. 2).

По аналогии с испусканием двух фотонов рассмотрим случаи испускания трех фотонов для двух- и трехмерных квантовых антенн. Для случая излучения двумерной антенной трех фотонов фазовый множитель:

$$\Phi(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{k}_3) = \sum_{j_x, j_y, m_x, m_y, n_x, n_y} c_{j_x j_y m_x m_y n_x n_y} \exp\{-i(\mathbf{k}_1 \mathbf{R}_{j_x j_y} + \mathbf{k}_2 \mathbf{R}_{m_x m_y} + \mathbf{k}_3 \mathbf{R}_{n_x n_y})\}. \quad (12)$$

Аналогично случаю двух возбуждений можно факторизовать данное выражение, полагая $c_{j_x j_y m_x m_y n_x n_y} = c_{j_x m_x n_x}^x c_{j_y m_y n_y}^y$:

$$\Phi(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{k}_3) = \Phi_x(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{k}_3) \Phi_y(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{k}_3), \tag{13}$$

где

$$\Phi_s(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{k}_3) = \sum_{j,m,n} c_{jmn}^s \exp\{-i(j\mathbf{k}_1 + m\mathbf{k}_2 + n\mathbf{k}_3) \cdot \Delta_s\}, \quad s = x, y. \tag{14}$$

Если выбрать коэффициенты, задающие квантовое состояние излучателей в виде $c_{jmn}^{x,y} \propto \delta_{j+m+n, 3(N+1)/2}$, фазовые множители (14) имеют максимум при

$$\mathbf{k}_1 \cdot \Delta_s \approx \mathbf{k}_2 \cdot \Delta_s \approx \mathbf{k}_3 \cdot \Delta_s. \tag{15}$$

Как и для случая двух фотонов, одновременное выполнение условия (15) для $s = x$ и $s = y$ приведет к испусканию трех фотонов в одном направлении с точностью до симметрии относительно плоскости XU . Полностью аналогичные рассуждения показывают, что использование трехмерной антенны позволяет снять указанное вырождение и увеличить степень корреляции рассматриваемых трех фотонов.

Результаты и их обсуждение. Рассчитано угловое распределение корреляционной функции второго порядка для двумерных и трехмерных антенн в случаях испускания двух и трех фотонов. На рис. 2 приведены результаты оптимизации корреляционной функции второго порядка (угловое распределение в дальней зоне) для одномерной, двумерной и трехмерной антенн для разного числа излучателей, для наглядности в нижней части схематически изображена рассмотренная конфигурация антенны. Множитель $[\mathbf{n}, [\mathbf{n} \times \mathbf{d}]]$ в формуле (1) соответствует функции испускания одиночного диполя, учет которой значительно влияет на угловое распределение корреляционной функции второго порядка в одномерном случае (рис. 3), делая одни направления испускания более вероятными, чем другие. В то же время для двумерной антенны этот эффект слабее, а для трехмерной почти не заметен. Таким образом, двумерные антенны позволяют сделать излучение более локализованным и направленным. Для трехмерной антенны этот эффект еще более выражен. Поэтому такие антенны дают возможность более эффективно и оптимально управлять формой поля излучения и его корреляций.

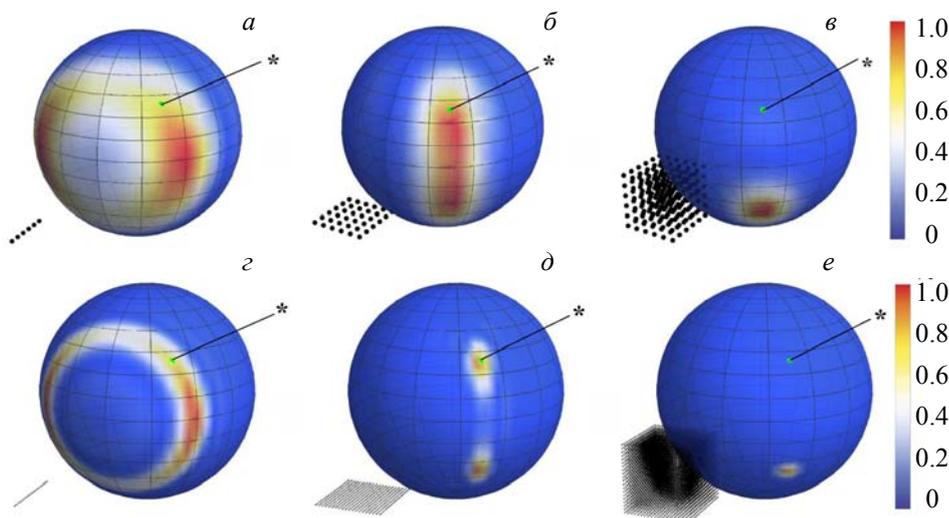


Рис. 2. Угловое распределение корреляционной функции второго порядка в случае одномерной $N=6$ (a) и $N=20$ (z), двумерной $N_x=N_y=6$ (б) и $N_x=N_y=20$ (d) и трехмерной $N_x=N_y=N_z=6$ (e) и $N_x=N_y=N_z=20$ (e) квантовой антенны; один из фотонов зарегистрирован в точке, обозначенной *, значения корреляционной функции $\sim 0.6-1$ соответствуют вероятной области регистрации второго фотона; угловое распределение корреляционной функции второго порядка нормировано на ее наибольшее значение

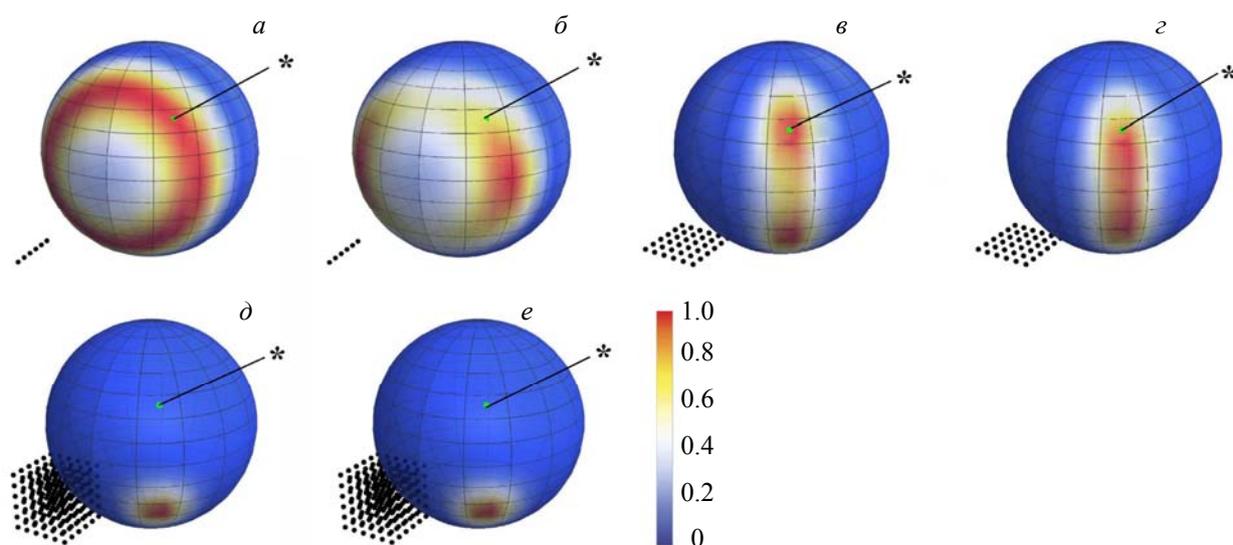


Рис. 3. Сравнение углового распределения корреляционной функции второго порядка в случае одномерной (*a*, *б*), двумерной (*в*, *з*) и трехмерной (*д*, *е*) антенн с учетом (*б*, *з*, *е*) и без учета (*a*, *в*, *д*) функции излучения одиночного диполя; один из фотонов зарегистрирован в точке, обозначенной *, значения корреляционной функции $\sim 0.6-1$ соответствуют вероятной области регистрации второго фотона; угловое распределение корреляционной функции второго порядка нормировано на ее наибольшее значение

Повторяя приведенные рассуждения для других одномерных конфигураций поля (например, соответствующих испусканию антикоррелированных фотонов), можно получать различные трехмерные распределения поля, включая комбинированные (например, корреляцию вдоль оси X и антикорреляцию по оси Y).

Заключение. Рассмотрены двумерные и трехмерные квантовые антенны в случае испускания двух и трех фотонов и проанализированы их поля излучения. По сравнению с одномерными двумерные и трехмерные массивы излучателей позволяют добиться гораздо лучшей пространственной локализации поля и его корреляций, что делает перспективным использование рассмотренных квантовых антенн в качестве излучающего компонента для квантовых радаров.

- [1] G. Y. Slepyan, Y. D. Yerchak, A. Hoffmann, F. G. Bass. Phys. Rev. B, **81**, N 8 (2010) 085115
- [2] G. Y. Slepyan, Y. D. Yerchak, S. A. Maksimenko, A. Hoffmann, F. G. Bass. Phys. Rev. B, **85**, N 24 (2012) 245134
- [3] S. Makhlespour, J. E. M. Haverkort, G. Slepyan, S. Maksimenko, A. Hoffmann. Phys. Rev. B, **86**, N 24 (2012) 245322
- [4] G. Y. Slepyan, A. Boag. Phys. Rev. Lett., **111**, N 2 (2013) 023602
- [5] G. Y. Slepyan. J. Nanophotonics, **10**, N 4 (2016) 046005
- [6] G. Y. Slepyan, S. Vlasenko, D. Mogilevtsev. Adv. Quantum Technol., **3**, N 4 (2020) 1900120
- [7] A. N. Boto, P. Kok, D. S. Abrams, S. L. Braunstein, C. P. Williams, J. P. Dowling. Phys. Rev. Lett., **85**, N 13 (2000) 2733
- [8] L. A. Rozema, J. D. Bateman, D. H. Mahler, R. Okamoto, A. Feizpour, A. Hayat, A. M. Steinberg. Phys. Rev. Lett., **112**, N 22 (2014) 223602
- [9] D. Bhatti, J. von Zanthier, G. S. Agarwal. Sci. Rep., **5**, N 1 (2015) 1—8
- [10] A. Mikhalychev, D. Mogilevtsev, G. Y. Slepyan, I. Karuseichyk, G. Buchs, D. L. Boiko, A. Boag. Phys. Rev. Appl., **9**, N 2 (2018) 024021
- [11] М. О. Скалли, М. С. Зубайри. Квантовая оптика, Москва, Физматлит (2003)