

ФАЗОВЫЙ СИНХРОНИЗМ С УЧАСТИЕМ БОЗЕ-ЭЙНШТЕЙНОВСКОГО КОНДЕНСАТА ЭКСИТОНОВ

Ю. Д. Заворотнев^{1*}, В. В. Румянцев^{1,2}, А. Г. Петренко², Е. Ю. Томашевская³

УДК 535.14

¹ Донецкий физико-технический институт им. А. А. Галкина НАН Украины, Донецк, Украина; e-mail: zavorotnev.yurii@mail.ru

² Донецкий национальный университет, Донецк, Украина

³ Донецкий национальный университет экономики и торговли имени Михаила Туган-Барановского, Донецк, Украина

(Поступила 12 августа 2020)

Рассмотрены методы экспериментального обнаружения бозе-эйнштейновского конденсата светлых и темных экситонов. Исследованы особенности возникающих в процессе распада экситонов конденсата излучений. Изучена рекомбинация этих квазичастиц с учетом фазового синхронизма.

Ключевые слова: фазовый синхронизм, экситон, поляритон, бозе-эйнштейновский конденсат, законы сохранения, одноосный и двухосный кристаллы.

Methods for detecting Bose-Einstein condensate of light and dark excitons are considered. The features of the result radiation during the decay of condensate excitons are investigated. The recombination of these quasiparticles is studied, taking into account phase synchronism.

Keywords: phase synchronism, exciton, polariton, Bose-Einstein condensate, conservation laws, uniaxial and biaxial crystals.

Введение. При достаточно низких температурах квантовая система частиц, подчиняющихся статистике Бозе—Эйнштейна, переходит в особое состояние бозе-конденсата. В этом случае бозе-частицы находятся в одном и том же квантовом состоянии, которое проявляется и на макроскопическом уровне, следовательно, открываются возможности его экспериментального наблюдения. Одним из представителей семейства бозе-частиц (квазичастиц), склонных к образованию конденсата, являются экситоны. Об успешном опыте экспериментального наблюдения экситонного бозе-конденсата в полуметалле дихалькогениде $1T\text{-TiSe}_2$ сообщалось в работе [1].

Теоретическому изучению бозе-эйнштейновского конденсата (БЭК) экситонов положили начало работы группы академика М. С. Москаленко [2] во второй половине XX в. Показано, что БЭК можно идентифицировать путем обнаружения бесконечно узкой линии излучения. Однако состояния с $k = 0$ не могут излучать, поэтому линия излучения обусловлена рекомбинацией экситонов, которые выталкиваются из конденсата. Отсюда следует, что при $T = 0$ линия излучения сужается и ее интенсивность падает. Возникает необходимость поиска альтернативных методов обнаружения БЭК экситонов. Это могут быть различные нелинейные процессы [3—6] либо процессы рекомбинации, по которым можно идентифицировать БЭК. В работе [7] исследуется индуцированное двухфотонное испускание бозе-конденсированными экситонами, сопровождающееся когерентной двухэкситонной рекомбинацией — одновременной рекомбинацией двух экситонов с противоположными импульсами, оставляющей неизменными числа заполнения экситонных состояний с импульсами $p \neq 0$. Обобщением [7] является работа [8], в которой рассматриваются процессы когерентной рекомбинации N экситонов из бозе-конденсата с одновременным рождением N фотонов.

PHASE SYNCHRONISM INVOLVING THE BOSE-EINSTEIN CONDENSATE OF EXCITONS

Yu. D. Zavorotnev^{1*}, V. V. Rumyantsev^{1,2}, A. G. Petrenko², E. Yu. Tomashevskaya³ (¹A. A. Galkin Donetsk Institute for Physics and Engineering of the National Academy of Sciences of Ukraine, Donetsk, Ukraine; e-mail: zavorotnev.yurii@mail.ru; ²Donetsk National University, Donetsk, Ukraine; ³Michael Tugan-Baranovskii Donetsk National University of Economics and Trade, Donetsk, Ukraine)

Генерация звуковых волн в твердых телах, обусловленная возбуждением электронных степеней свободы кристалла, рассматривалась неоднократно. В частности, в [9—11] изучалась генерация гиперзвука плазменными колебаниями двумерного и одномерного электронного газа под воздействием электромагнитного возмущения, в [12] — генерация звуковых волн экситонным газом под воздействием внешнего электромагнитного возмущения.

Основной упор в исследованиях обнаружения БЭК сделан на материалы с экситонами Ванье—Мотта. Это связано с возможностями увеличения различными способами времени жизни экситонов. Однако большой потенциал возможности содержат органические материалы [13]. В таких кристаллах имеют место экситоны малого радиуса (экситоны Френкеля), обладающие большими силами осцилляторов, на много порядков превосходящие силы осцилляторов водородоподобных экситонов в полупроводниках. Поэтому в органических средах легче обеспечить сильную экситон-фотонную связь.

Благодаря сложной форме индикатрис показателей преломления света в нелинейных процессах большую роль играют условия синхронизма. Это приводит к тому, что эффективное рассеяние может происходить только при определенных углах по отношению к главным оптическим осям кристалла. Особенно ярко это проявляется при генерации второй гармоники. В [14] впервые зарегистрирована генерация второй гармоники при эффективности преобразования $\sim 10^{-6}$. Это привело к пониманию важности фазового синхронизма, которое является достаточным условием соответствующей генерации. При его выполнении эффективность излучения можно увеличить на несколько порядков [15—18]. В работе [19] для этого эффекта подробно рассматриваются условия синхронизма для генерации второй гармоники в одноосных и двухосных кристаллах. Указаны возможные направления генерации путем изучения поверхностей индексов. Такая возможность обусловлена тем, что все участвующие в эффекте кванты находятся в области прозрачности. В настоящее время изучение фазового синхронизма актуально из-за широкого применения оптоволоконных кабелей и одномодовых световодов. Последние применяются, например, в дискретно-волоконных лазерах, физические процессы в которых интенсивно изучаются [20]. Также актуален вопрос достоверного обнаружения БЭК экситонов. Изучение рекомбинации этих квазичастиц с учетом фазового синхронизма может служить дополнительным обоснованием существования БЭК экситонов. Вопросы фазового синхронизма рассматривались также в работах [7, 8].

Теория. Для решения поставленной задачи нерадиационной рекомбинации БЭК экситонов воспользуемся гамильтонианом, описывающим поляритонную и экситонную подсистемы [21]:

$$H = H_0 + W_1 + W_2, \quad (1)$$

$$H_0 = \sum_{\rho, k} E_{\rho}(k) \xi_{\rho}^{+}(k) \xi_{\rho}(k) + \sum_{\nu, k} E_{\nu}(k) B_{\nu}^{+}(k) B_{\nu}(k), \quad (2)$$

$$W_1 = \sum_{k_1, k_2, \nu, \rho_1, \rho_2} Q_1(k_1, k_2) B_{\nu}(k_1) \xi_{\rho_1}^{+}(k_2) \xi_{\rho_2}^{+}(k_1 - k_2), \quad (3)$$

$$W_2 = \sum_{k_1, k_2, \nu, \rho_1, \rho_2} Q_2(k_1, k_2) B_{\nu}(k_1) \xi_{\rho_1}(k_2) \xi_{\rho_2}^{+}(k_1 + k_2). \quad (4)$$

Здесь $E_{\nu}(k)$, $E_{\rho}(k)$ — энергии дипольно запрещенного (темного) экситона и поляритона; $\xi_{\rho}^{+}(k)$, $\xi_{\rho}(k)$ и $B_{\nu}^{+}(k)$, $B_{\nu}(k)$ — операторы рождения и уничтожения поляритона ветви ρ и экситона ветви ν ; k_i ($i = 1, 2$) — волновые векторы; Q_1 и Q_2 — константы взаимодействия:

$$Q_1(k_1, k_2) \sim \langle 0 | P_i | \nu_1 \rangle \langle \nu_1 | P_m | 0 \rangle \langle \nu | P_j | \nu_2 \rangle \langle \nu_2 | P_l | 0 \rangle \frac{1}{(E_{\nu_1} - E_{\rho_1})(E_{\nu_2} - E_{\rho_2})} + \langle \nu | P_i | 0 \rangle \langle 0 | P_m | \nu_1 \rangle \langle \nu_1 | P_j | \nu_2 \rangle \langle \nu_2 | P_l | 0 \rangle \frac{1}{(E_{\nu_1} + E_{\rho_1})(E_{\nu_2} - E_{\rho_2})}, \quad (5)$$

$$Q_2(k_1, k_2) \sim \langle \nu | P_i | 0 \rangle \langle 0 | P_m | \nu_1 \rangle \langle \nu_1 | P_j | \nu_2 \rangle \langle \nu_2 | P_l | 0 \rangle \frac{1}{(E_{\nu_1} - E_{\rho_1})(E_{\nu_2} - E_{\rho_2})} + \langle 0 | P_i | \nu_1 \rangle \langle \nu_1 | P_m | 0 \rangle \langle \nu | P_j | \nu_2 \rangle \langle \nu_2 | P_l | 0 \rangle \frac{1}{(E_{\nu_1} + E_{\rho_1})(E_{\nu_2} - E_{\rho_2})}, \quad (6)$$

ν_1, ν_2 — номера дипольно разрешенных экситонных уровней; ν — уровень как светлого, так и темного экситона (определяется симметрией кристалла); P_i — компоненты дипольного момента.

Как видно из (5), в случае учета W_1 при распаде темного конденсатного экситона, волновая функция которого преобразуется по представлению разложения квадрата векторного, имеет место двойной резонанс, так как отлично от нуля только первое слагаемое в (5). Если распадается светлый экситон, то двойной резонанс возможен только в низкосимметричных кристаллах, у которых разложение квадрата векторного представления содержит векторное представление. В этом случае отличны от нуля оба слагаемых в (5). В остальных случаях такой распад запрещен.

Если при изучении распада БЭК используется возмущение W_2 (6), то в силу симметрии двойной резонанс для светлых экситонов БЭК возможен только в низкосимметричных кристаллах, в высокосимметричных кристаллах при распаде темных экситонов — только одинарный резонанс.

Пусть на некотором уровне ν (конкретизируем позже) в состоянии $k = 0$ создан БЭК. Рассмотрим пути распада этих квазичастиц. Поскольку эффект когерентный, такой процесс возможен только при одновременном выполнении законов сохранения энергии и импульса:

$$\begin{cases} \omega_1(k_1) = \omega_2(k_2) + \omega_3(k_3), \\ k_1 = k_2 + k_3. \end{cases} \quad (7)$$

В общем случае величины импульсов в (7) векторные. Поскольку рассматривается распад БЭК экситонов из состояния $k = 0$ на две квазичастицы, то фазовый синхронизм является коллинеарным, т. е. векторы направлены вдоль одной прямой и в выражении (7) можно ограничиться только модулями импульсов. В случае темных экситонов считаем $\omega(k) = \omega = \text{const}$. Для поляритонов в кубическом кристалле [20]:

$$\omega_{\pm}^2 = \frac{1}{2} [\Delta^2 + \alpha k^2] \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\Delta^2 + \alpha k^2)^2 - \beta k^2}. \quad (8)$$

Явный вид постоянных Δ , α , β для молекулярных кристаллов приведен в [21].

Результаты и их обсуждение. Распад темного экситона на два поляритона, расположенных на разных ветвях. Такой процесс описывает возмущение W_1 . В этом случае энергия темного экситона должна быть выше состояния с $k = 0$ верхней поляритонной ветви:

$$\begin{cases} \mu = \hbar\omega_2(k_2) + \hbar\omega_3(k_3), \\ 0 = k_2 - k_3. \end{cases} \quad (9)$$

где μ — химический потенциал БЭК темных экситонов [3]. Из второго соотношения (9) следует, что рекомбинация происходит вперед и назад с одинаковыми по модулю значениями волновых векторов. В реальных кристаллах возможны процессы, при которых импульс поляритон-экситонной подсистемы не сохраняется. Импульс отдачи, равный изменению импульса электромагнитного поля, передается фононам или примесям.

Пусть $\omega_2 = l\mu$, $\omega_3 = (1-l)\mu$, $0 < l < 1$. Если оба поляритона в кристалле кубической симметрии находятся в области прозрачности и дисперсия показателя преломления отсутствует, то рекомбинация возможна только при условии $\hbar\omega_1 = \hbar\omega_2 = 0.5\mu$. Если имеется слабая дисперсия, то частоты рекомбинации можно определить из соотношения $l = n_2 / (n_1 + n_2)$. В обоих случаях рассеяние идет по всей сфере на строго определенных частотах.

Для нахождения величины импульса в случае поляритонной подсистемы необходимо с учетом (8) решить (9). В результате получаем

$$\mu^2 = \Delta^2 + \alpha\beta^{1/2}k, \quad k = k_3. \quad (10)$$

Если $\mu^2 > \Delta^2$, то для расчета частот рекомбинации необходимо с помощью (10) вычислить импульс k и подставить это значение в (8). В этом случае благодаря наличию кубической симметрии рассеяние наблюдается по всей сфере. Поскольку излучаемые волны во взаимно обратных направлениях когерентны, при помещении излучателя в резонатор должна наблюдаться стоячая волна.

В кристаллах с центром и без центра инверсии первый матричный элемент в (5) всегда отличен от нуля. Состояние, в котором имеется БЭК темных экситонов, должно преобразовываться по представлению, которое содержится в разложении квадрата векторного. Если имеется центр инверсии, то это состояние симметрично относительно инверсии.

Из системы (9) можно найти направление выполнения синхронизма в случае одноосного кристалла. Для этого необходимо учесть, что в одноосных кристаллах показатель преломления обыкновенной волны не меняется в зависимости от направления ее распространения. Зависимость показателя преломления необыкновенной волны от угла θ выражается формулой [22]:

$$n^e(\theta) = \frac{n_o n_e}{\sqrt{n_o^2 \sin^2 \theta + n_e^2 \cos^2 \theta}}, \quad (11)$$

где n_o , n_e — показатели преломления обыкновенной и необыкновенной волн при $\theta = \pi/2$, угол θ отсчитывается от главной оптической оси. Очевидно, что распад темного экситона конденсата при коллинеарном синхронизме может произойти на два распространяющихся в разные стороны по одной прямой обыкновенных (oo) либо необыкновенных (ee) поляритонов. При этом частоты каждой пары должны быть одинаковыми. В случае распада при коллинеарном синхронизме на поляритоны разных типов их частоты должны быть различными. Определим возможные частоты излучения при рекомбинации (oe). С учетом (11) для вычисления угла синхронизма получаем:

$$\cos^2 \theta = \frac{n_{o3}^2 [l^2 n_{o2}^2 - n_{e3}^2 (1-l)^2]}{l^2 (n_{o3}^2 - n_{e3}^2) n_{o2}^2}. \quad (12)$$

Из условия $0 \leq \cos^2 \theta \leq 1$ находим ограничения на изменение l :

$$n_{e3} \leq \frac{n_{o2} l}{1-l} \leq n_{o3} \quad (13)$$

или

$$\frac{n_{e3}}{n_{o2} + n_{e3}} \leq l \leq \frac{n_{o3}}{n_{o2} + n_{o3}}. \quad (14)$$

Как показывают оценки, при $n_{o1} = 1.6$, $n_{o2} = 1.55$, $n_{e1} = 1.5$, $n_{e2} = 1.45$ из (13) получаем $0.475 < l < 0.492$. Этот результат свидетельствует о том, что рекомбинация типа (oe) в одноосных кристаллах возможна только в узкой полосе частот, т. е. к спектральному составу основного излучения предъявляются жесткие требования. При изменении частоты эллипсоиды индикатрисы вследствие дисперсии деформируются, а сферы изменяют радиусы. В результате углы фазового синхронизма для разных спектральных составляющих рассеянного излучения различаются. Следует отметить, что показатели преломления зависят и от температуры кристалла T . Поэтому при изменении T изменяется и направление фазового синхронизма, что приводит к необходимости поддержания температуры нелинейного кристалла с точностью до долей градуса. На рис. 1 в первом октанте изображено сечение индикатрисы, представляющей собой эллипсоид и сферу показателей преломления света, плоскостью, проходящей через главную ось кристалла (OZ). Стрелкой показано направление синхронизма для случая рекомбинации (oe). Излучение можно регистрировать по прямому конусу, образующей которого является эта прямая. Излучения типа (oo) и (ee) регистрируются по всей сфере равномерно, причем ширина их линий бесконечно узкая.

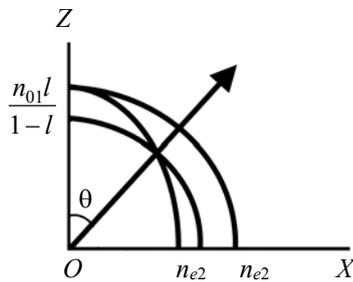


Рис. 1. Направление синхронизма (стрелка) в одноосных отрицательных кристаллах

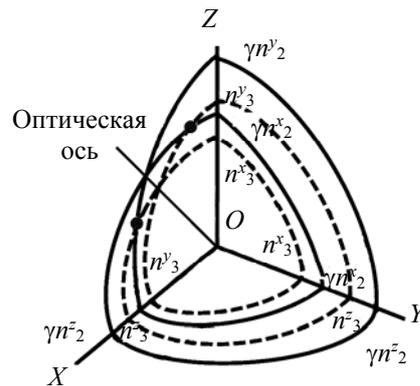


Рис. 2. Пересечения двух поверхностей (точки) в плоскости XOZ для случая 1

Интенсивность рассеянного излучения в кубическом кристалле относительно слабое, так как распределяется по всей сфере. Увеличить ее можно, изменив направление излучения, в частности, приложив к кубическому кристаллу одноосное давление. Как показано в [23], разница между n_o и n_e для деформированного по оси OZ кристалла симметрии T_d :

$$n_e^2 - n_o^2 = Qp, \quad (15)$$

где p — направленное по оси OZ давление вблизи полосы поглощения $Q \sim (\hbar^2\omega^2 - E_v^2)^{-2}$. В зависимости от знака p кристалл либо положительный, либо отрицательный. С увеличением p разница между n_o, n_e возрастает, что должно привести к расширению частот излучения.

Большинство молекулярных кристаллов двухосные, поэтому необходимо рассмотреть в них фазовый синхронизм. Индикатриса двухосного кристалла представляется трехосным эллипсоидом, т. е. поверхность показателя преломления имеет более сложную форму и описывается уравнением [22]:

$$\sin^2 \alpha \cos^2 \beta [(n)^{-2} - (n^z)^{-2}]^{-1} + \sin^2 \alpha \sin^2 \beta [(n)^{-2} - (n^y)^{-2}]^{-1} + \cos^2 \alpha [(n)^{-2} - (n^x)^{-2}]^{-1} = 0,$$

где α, β — полярные углы. Для определенности считаем $n^x < n^y < n^z$.

Исследуем случай $l > 0.5$. Возможны пять вариантов взаимного расположения поверхностей:

- 1) $\gamma n_2^z > n_3^z > \gamma n_2^y > n_3^y > \gamma n_2^x > n_3^x$ (рис. 2);
- 2) $\gamma n_2^z > n_3^z > \gamma n_2^y > \gamma n_2^x > n_3^y > n_3^x$;
- 3) $\gamma n_2^z > \gamma n_2^y > n_3^z > > n_3^y > \gamma n_2^x > n_3^x$;
- 4) $\gamma n_2^z > \gamma n_2^y > n_3^z > \gamma n_2^x > n_3^y > n_3^x$;
- 5) $\gamma n_2^z > \gamma n_2^y > \gamma n_2^x > n_3^z > n_3^y > n_3^x$, где $\gamma = l / (1 - l)$.

На рис. 3 изображены стереографические проекции линии синхронизма на плоскость XOZ для случаев 1—4. В случае 5 взаимное пересечение поверхностей отсутствует и фазовый синхронизм невозможен. Для случая генерации второй гармоники аналогичная задача решена в [24].

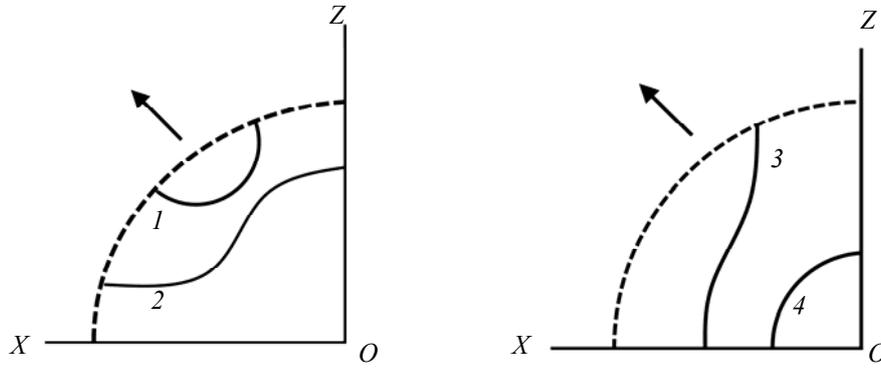


Рис. 3. Стереографические проекции линий пересечения на плоскость XOZ для случаев 1—4

Распад светлого экситона на поляритон и темный экситон. В этом случае энергия темного экситона ω_2 должна находиться ниже энергии верхней поляритонной ветви. Из (7) имеем

$$(\mu - \omega_2) = \frac{1}{2} \left\{ \Delta^2 + \alpha k^2 - \sqrt{(\Delta^2 + \alpha k^2)^2 - \beta k^2} \right\}^{1/2}, \quad (16)$$

где μ — химический потенциал БЭК светлых экситонов в состоянии $k = 0$. Поскольку можно считать, что энергия темного экситона не зависит от волнового вектора, то для рассматриваемой ситуации выделенные направления синхронизма отсутствуют и рассеяние идет по всей сфере. Необходимо отметить возможность распада темного экситона на два поляритона нижней ветви, т. е. фактически происходит параметрическая люминесценция. В этом случае из условий синхронизма имеем

$$\mu^2 = 2 \left[\Delta^2 + \alpha k^2 - \frac{1}{2} \sqrt{(\Delta^2 + \alpha k^2)^2 - \beta k^2} \right]. \quad (17)$$

Поскольку нижняя ветвь имеет горизонтальную асимптоту, то этот тип распада возможен только для экситонов, химический потенциал которых не больше удвоенного значения этой асимптоты. Если это условие не выполняется, то в результате распада на поперечный экситон нижней поляритонной ветви и поляритон верхней ветви должно возникнуть коротковолновое излучение. В случае параметрической люминесценции также возможны выделенные направления синхронизма, аналогичные рассмотренным выше.

Генерация звука при распаде БЭК экситонов на поляритон и фонон (обратное рассеяние). В случае распада конденсата экситонов Ванье—Мотта на возможность такого процесса указано в работе [25] и экспериментально подтверждено в [26]. В приближении слабой экситон-фононной связи соответствующий гамильтониан можно записать в виде [27]:

$$\begin{aligned}
 H &= H_0 + W_3 + W_4, \\
 H_0 &= \sum_{\rho, k} E_{\rho}(k) \xi_{\rho}^{+}(k) \xi_{\rho}(k) + \sum_{k, r} \hbar \omega(k, r) \left(b_r^{+}(k) + b_r(k) + \frac{1}{2} \right) + \sum_{v, k} E_v(k) B_v^{+}(k) B_v(k) \\
 W_3 &= \sum_{k_1, k_2, v, \rho, r} Q_{1r}(k_1, k_2) \xi_{\rho}^{+}(k_1) B_v(k_2) \left[b_r^{+}(k_2 - k_1) + b_r(k_1 - k_2) \right], \\
 W_4 &= \sum_{k_1, k_2, r, \rho_1, \rho_2} Q_{2r}(k_1, k_2) \xi_{\rho_1}^{+}(k_1) \xi_{\rho_2}(k_2) \left[b_r^{+}(k_2 - k_1) + b_r(k_1 - k_2) \right],
 \end{aligned} \tag{18}$$

где b_v^{+} , b_v — операторы рождения и уничтожения фонона на ветви r , явный вид Q_{1r} и Q_{2r} приведен в [27]. В случае звуковых волн $\omega(k, r)$ линейно зависит от импульса k , а для оптических колебаний приближенно считаем $\omega(k, r) = \text{const}$. Поскольку нами рассматриваются экситоны Френкеля, то постоянная взаимодействия между экситонами и фононами при $k \rightarrow 0$ отлична от нуля [27]. Необходимо отметить, что гамильтониан $H_0 + W_2$ (18) описывает взаимодействие с фононами только темных экситонов в низкосимметричных кристаллах, у которых одна из компонент вектора преобразуется по полносимметричному представлению. Гамильтониан $H_0 + W_3$ ответствен за взаимодействие с фононами светлых экситонов.

Для нахождения частот звуковой волны и излученного поляритона при распаде БЭК светлых экситонов необходимо решить трансцендентное уравнение

$$\mu - \hbar |k| V = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \Delta^2 + \alpha k^2 - \sqrt{(\Delta^2 + \alpha k^2)^2 - \beta k^2} \right\}^{1/2}, \tag{19}$$

где V — скорость звука в кристалле. Условия фазового синхронизма записываются в виде

$$\begin{cases} 0 = k_2 - k_3, \\ \mu = \hbar \omega_2 + \hbar \omega_3, \end{cases} \tag{20}$$

где ω_2 , ω_3 — частоты поляритона и фонона; c — скорость света. В случае кубического кристалла имеет место соотношение

$$lV = (1 - l)c / n_2. \tag{21}$$

Поскольку $V \ll c/n_2$, то из (21) следует, что синхронизм возможен только в случае $l \sim 1$ на строго определенной частоте. Если поляритон в одноосном кристалле находится в области прозрачности, то вследствие двулучепреломления появляется возможность разброса излучения по частоте. В случае, когда рассеянный фотон необыкновенный, для угла синхронизма получаем

$$\cos^2 \theta = \frac{n_o^2 \left[(1 - l)^2 c^2 - l^2 n_e^2 v^2 \right]}{(n_o^2 - n_e^2)(1 - l)^2 c^2}. \tag{22}$$

Поскольку $\cos^2 \theta$ изменяется в пределах от нуля до единицы, имеем ограничение для l

$$\frac{c}{n_o V + c} \leq l \leq \frac{c}{c - n_e V}. \tag{23}$$

Отсюда следует, что рассеяние идет при малом разбросе частот, причем каждая из них в конусе с определенным углом раствора.

Случай, когда генерацию суммарной гармоники можно изучить с помощью возмущения W_2 (4). Поляритон, создаваемый внешней накачкой, взаимодействуя с конденсатным экситоном, рождает суммарную гармонику. Система (7) переписывается в виде

$$\begin{cases} \omega_1(k) = \mu + \omega_2(k), \\ k = 0 + k. \end{cases} \tag{24}$$

Очевидно, что поляритоны накачки и рассеянный должны принадлежать разным ветвям: накачки — к верхней, рассеянный — к нижней. Система (24) сводится к простому квадратному уравнению, решение которого можно представить в виде

$$k_{1,2} = \frac{\beta^{1/2} \pm \sqrt{\beta - 4\alpha(\Delta^2 - \mu^2)}}{2\alpha}. \quad (25)$$

Решение возможно при $\beta - 4\alpha(\Delta^2 - \mu^2) \geq 0$. Это условие всегда выполняется, поскольку $\Delta^2 \leq \mu^2$, и в решении (25) необходимо из двух знаков оставить только плюс. В случае БЭК невзаимодействующих квазичастиц $\Delta^2 = \mu^2$ и формула (25) для определения величины квазиимпульса упрощается и принимает вид $k = \beta^{1/2} / \alpha$. Из правил отбора следует, что в таком процессе могут участвовать только темные экситоны, волновые функции которых преобразуются как квадрат векторного.

Заключение. При распаде экситонов на два поляритона в кубических кристаллах рассеяние идет по всей сфере. Однако излучение слабое и усилить его можно путем приложения одноосного давления. В этом случае появляется конус приоритетного излучения. Найдены углы, при которых в одноосных и двухосных кристаллах выполняются условия фазового синхронизма. Приведены возможные варианты максимума излучения. Показана возможность распада светлого экситона на поляритон и темный экситон. Найдены частоты возникающих квазичастиц. Рассмотрен процесс стимулированного внешним излучением распада бозе-эйнштейновского конденсата экситонов и показано, на каких частотах наблюдается этот процесс. Описаны возможности генерации звука при распаде бозе-эйнштейновского конденсата экситонов, указаны частоты соответствующих квазичастиц, а также правила отбора для экситонов, допускающих такой процесс.

- [1] Anshul Kogar, Melinda S. Rak, Sean Vig, Ali A. Husain, Felix Flicker, Young Il Joe, Luc Venema, Greg J. MacDougall, Tai C. Chiang, Eduardo Fradkin, Jasper van Wezel, Peter Abbamonte. *Science*, **358** (2017) 1314—1317
- [2] S. A. Moskalenko, D. W. Snoke. *Bose–Einstein Condensation of Excitons and Biexcitons and Coherent Nonlinear Optics with Excitons*, Cambridge University Press (2000) 29
- [3] Ю. Д. Заворотнев, Л. Н. Овандер. *Изв. РАН. Сер. физ.*, **69** (2005) 984—986
- [4] Yu. D. Zavorotnev, O. Yu. Popova. *J. Photon. Mater. Technol.*, **1** (2015) 10—14
- [5] Jesús Martínez-Linares, G. S. Agarwal. *Phys. Rev. A*, **57** (1998) 2931—2937
- [6] Yu. D. Zavorotnev, V. V. Romyantsev, O. Yu. Popova. *J. Photon. Mater. Technol.*, **4**, N 1 (2018) 39—48
- [7] Ю. Е. Лозовик, А. В. Пушнов. *ЖЭТФ*, **115** (1999) 1353—1385
- [8] Ю. Е. Лозовик, И. В. Овчинников. *Письма в ЖЭТФ*, **75** (2002) 603—608
- [9] М. В. Крашенинников, А. В. Чаплин. *ЖЭТФ*, **76** (1979) 1812—1815
- [10] М. В. Крашенинников, А. В. Чаплин. *ФТТ*, **21** (1979) 2502—2508
- [11] М. В. Крашенинников, М. Б. Султанов, А. В. Чаплин. *ЖЭТФ*, **77** (1979) 1636—1642
- [12] М. В. Боев, В. М. Ковалев, А. В. Чаплин. *Письма в ЖЭТФ*, **104** (2016) 203—211
- [13] В. Б. Тимофеев. *Физика низких температур*, **38** (2012) 693—702
- [14] P. A. Franken, A. E. Hill, C. W. Peters, G. Weinreich. *Phys. Rev. Lett.*, **7** (1961) 118—124
- [15] В. Г. Дмитриев, Л. В. Тарасов. *Прикладная нелинейная оптика*, Москва, Физматлит (2004) 32
- [16] Г. Агравал. *Нелинейная волоконная оптика*, пер. с англ., Москва, Мир (1996)
- [17] В. В. Зуев, Г. В. Ланский, А. Н. Морозов. *Изв. вузов. Физика*, № 12 (2010) 13—20
- [18] А. В. Мишина, А. Д. Мишин. *Вестн. ТвГУ. Сер. физ.*, вып. 10 (2010) 37—44
- [19] Л. Г. Коренева, В. Ф. Золин, Б. Л. Давыдов. *Нелинейная оптика молекулярных кристаллов*, Москва, Наука (1985) 149
- [20] С. М. Кобцев, С. В. Кукарин, С. А. Хрипунов, Д. А. Раднатаров. *Волоконный импульсный кольцевой лазер с пассивной синхронизацией мод излучения (варианты)*, патент 2564519 РФ, МПК Н 01 S 3/067; заявл. 10.01.2014, опубл. 10.10.2015 (2015)
- [21] В. М. Агранович. *Теория экситонов*, Москва, Наука (1968) 101
- [22] М. Борн, Э. Вольф. *Основы оптики*, пер. с англ., Москва, Наука (1973) 625
- [23] Ю. Д. Заворотнев. *Журн. прикл. спектр.*, **42** (1985) 303—309 [Yu. D. Zavorotnev. *J. Appl. Spectr.*, **42** (1985) 226—232]
- [24] M. V. Hobden. *J. Appl. Phys.*, **38** (1967) 4365—4370
- [25] С. А. Москаленко. *Введение в теорию экситонов большой плотности*, Кишинев, Штиинца (1983) 164
- [26] D. Hulin, A. Mysyrowicz, C. Benoît à la Guillaume. *Phys. Rev. Lett.*, **45** (1980) 1970—1973
- [27] А. С. Давыдов. *Теория молекулярных экситонов*, Москва, Наука (1968) 149