

## РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ЛИНЕЙНЫМИ МАЛОЧАСТИЧНЫМИ АГРЕГАТАМИ ИЗ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦИЛИНДРОВ КОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ

В. А. Ковтун-Кужель<sup>1\*</sup>, И. А. Мазайло<sup>1</sup>, А. Н. Понявина<sup>2</sup>

УДК 535.37:621.373

<https://doi.org/10.47612/0514-7506-2022-89-1-57-63>

<sup>1</sup> Гродненский государственный университет, Гродно, Беларусь; e-mail: vkovtun@grsu.by

<sup>2</sup> Институт физики НАН Беларуси, Минск, Беларусь

(Поступила 24 ноября 2021)

На базе формализма объемного интегрального уравнения проведено численное моделирование нормированных функций углового распределения интенсивности рассеяния димерами и тримерами диэлектрических цилиндров конечной длины. Изучена зависимость функции углового распределения интенсивности рассеяния от оптико-геометрических параметров отдельных цилиндров и характеристик их взаимного расположения. Установлено, что электродинамическое взаимодействие между цилиндрами приводит к существенному отличию углового распределения излучения, рассеянного этой системой, от углового распределения излучения, рассеянного двумя электродинамически не связанными цилиндрами.

**Ключевые слова:** конечные цилиндры, электродинамическое взаимодействие, оптико-геометрические параметры.

*A numerical simulation of functions of the angular distribution of the scattering intensity for dimers and trimers of finite dielectric cylinders is made using the formalism of the volume integral equation. The function of the angular distribution of the scattering intensity dependence on the optical and geometric parameters of single finite cylinders and their mutual location is studied. It is shown that the electrodynamic interaction between the cylinders leads to a strong change of the angular distribution of intensity of the radiation scattered by this system in comparison with that for two cylinders without electrodynamic coupling.*

**Keywords:** finite cylinders, electrodynamic coupling, optical and geometric parameters.

**Введение.** В настоящее время перспективы в развитии элементной базы оптики, лазерной физики и радиофизики связывают с использованием плотноупакованных дисперсных диэлектрических структур, в которых масштаб упорядоченности сравним с размерами неоднородностей и/или с длиной волны электромагнитного излучения [1, 2]. Привлекательность таких пространственно-организованных систем определяется возможностью управления их функциональными свойствами за счет регулирования коллективных электродинамических взаимодействий, что достигается изменением характеристик пространственной организации [3—5]. Одни из наиболее интересных объектов такого рода — ансамбли диэлектрических цилиндров [6—8]. Теоретически наиболее исследованы диэлектрические цилиндры бесконечной длины и состоящие из них идеально периодические системы — так называемые фотонные кристаллы [9]. В то же время экспериментально реализуются конечные по количеству рассеивателей и их размерам частично упорядоченные системы, в которых длина цилиндров конечна, а периодичность расположения элементов не является идеальной [10, 11]. В таких системах пространственный масштаб коллективных электродинамических взаимодействий

---

## ELECTROMAGNETIC RADIATION SCATTERING BY LINEAR LOW-PARTICLE AGGREGATES OF FINITE DIELECTRIC CYLINDERS

V. A. Kovtun-Kuzhel<sup>1\*</sup>, I. A. Mazaila<sup>1</sup>, A. N. Ponyavina<sup>2</sup> (<sup>1</sup> Grodno State University, Grodno, Belarus; e-mail: vkovtun@grsu.by; <sup>2</sup> B. I. Stepanov Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus)

ограничен размерами элементарных ячеек, в пределах которых сохраняется высокая упорядоченность первичных элементов цилиндрической формы, а характеристики рассеяния существенно зависят от осевого отношения отдельных частиц. Известны немногочисленные теоретические и экспериментальные исследования характеристик рассеяния малочастичными агрегатами из субволновых диэлектрических частиц цилиндрической формы [12—16]. Это определяет актуальность моделирования процессов взаимодействия электромагнитного излучения с упорядоченными малочастичными ансамблями, состоящими из конечного числа параллельных друг другу круговых диэлектрических цилиндров конечной длины (димеров, тримеров, мультимеров).

**Метод расчета.** Поскольку задача рассеяния электромагнитного излучения на цилиндре конечной длины с произвольными оптико-геометрическими параметрами не имеет точного решения, обычно в конкретных приложениях используют различные приближенные модели или проводят исследования численными методами. Однако такие широко известные приближения, как приближения Рэлея или Рэлея—Ганса, существенно ограничивают область применимости полученных результатов, поскольку связаны с предположениями о малости размеров частиц по сравнению с длиной волны падающего излучения. Наибольшие трудности возникают при рассмотрении систем из “оптически жестких” частиц, характеризующихся высокими относительными показателями преломления. Поэтому в настоящее время при исследовании рассеивающих свойств таких объектов широко распространены различные модификации конечно-разностных численных методов, в том числе основанных на применении объемного интегрального уравнения.

Формализм объемного интегрального уравнения базируется на интегральном представлении поля в любой точке пространства как вне, так и внутри частицы [12]:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}_1) = \mathbf{E}^{\text{in}}(\mathbf{r}_1) + k^2/(4\pi) \iiint [m^2(\mathbf{r}_2) - 1] \mathbf{E}(\mathbf{r}_2) \mathbf{G}^0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) d^3\mathbf{r}_2, \quad (1)$$

где  $\mathbf{E}$  — полное поле в рассматриваемой точке;  $\mathbf{E}^{\text{in}}$  — падающее поле;  $\mathbf{G}^0$  — тензорная функция Грина для свободного пространства;  $m = n - ik$  — относительный комплексный показатель преломления частицы.

Переход от интегрирования по всей рассматриваемой области к суммированию предполагает представление этой области в виде ансамбля элементарных ячеек одинаковой кубической формы, которые рассеивают излучение как электрические диполи. Конечный вклад вносят ячейки с относительным показателем преломления, отличным от единицы. Показатель преломления вещества и электрическое поле внутри каждой элементарной ячейки считаются постоянными. Уменьшение объема элементарных ячеек увеличивает точность расчета характеристик частицы.

Рассмотрим систему, состоящую из одинаковых диэлектрических цилиндров конечной длины  $l$  диаметром  $d$ , оси которых параллельны оси  $OZ$  (рис. 1). Цилиндры расположены вдоль оси  $OX$  на расстоянии  $L$  друг от друга. Считаем, что падающая на цилиндры линейно поляризованная вдоль оси  $OY$  волна распространяется вдоль оси  $OZ$ . Как отмечалось, решение уравнения (1) позволяет найти напряженности электрического поля в каждой элементарной ячейке исследуемого объекта. Когерентное переоблучение между диэлектрическими цилиндрами, составляющими рассматриваемую систему, приводит к тому, что картина распределения полей внутри каждой взаимодействующей частицы отличается от случая, когда эти частицы рассеивают излучение независимо друг от друга и взаимодействие между ними отсутствует. После определения напряженности электрического поля в каждой элементарной ячейке можно найти соответствующие ортогональным поляризациям амплитудные функции рассеяния  $S_1(\theta)$  и  $S_2(\theta)$  для рассматриваемых объектов [13].

Расчет индикатрис рассеяния  $x(\theta)$  из амплитудных функций рассеяния проведен с использованием соотношений:

$$\begin{aligned} x(\theta) &= |S(\theta)|^2 / \pi \rho^2 Q_{\text{sca}}, \\ |S(\theta)|^2 &= 1/2 (|S_1(\theta)|^2 + |S_2(\theta)|^2), \\ |S_i(\theta)|^2 &= [\text{Re}S_i(\theta)]^2 + [\text{Im}S_i(\theta)]^2, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $Q_{\text{sca}}$  и дифракционный параметр  $\rho$  соответствуют рассматриваемому объекту. Так, при расчете характеристик отдельных цилиндров  $\rho = \pi d/\lambda$ , а при расчете характеристик системы из двух цилиндров  $\rho_d = \pi(L+d)/\lambda$  ( $\lambda$  — длина волны в среде, в которой расположен рассеивающий объект). Полученные результаты с учетом принципа электродинамического масштабирования могут быть использованы для различных частотных диапазонов.

**Результаты и их обсуждение.** Рассмотрим случай, когда излучение падает вдоль оси цилиндров, в том числе для линейных агрегатов, состоящих из двух и трех параллельно расположенных цилиндров (рис. 1). На рис. 2 представлены индикатрисы рассеяния одиночного цилиндра с  $n = 1.73$  и воздушной поры в матрице с таким же показателем преломления. Длина волны падающего излучения  $\lambda = 400$  нм,  $d = 100$  нм,  $l = 1500$  нм. Дифракционные параметры для цилиндра  $\rho_l = \pi l / \lambda = 11.7$  и  $\rho_d = 0.78$ , для воздушной поры  $\rho_l = 20.37$  и  $\rho_d = 1.35$ . Как видно, переход к инверсной системе, в которой показатель преломления окружающей среды выше, чем внедренных в нее частиц, приводит к значительному увеличению степени вытянутости индикатрисы рассеяния в направлении вперед. Это связано с возрастанием дифракционного параметра при переходе от прямой системы к инверсной. Для этого случая максимальная интенсивность рассеяния фиксируется не для угла  $\theta = 0^\circ$ , а для  $\theta \approx 5^\circ$ .

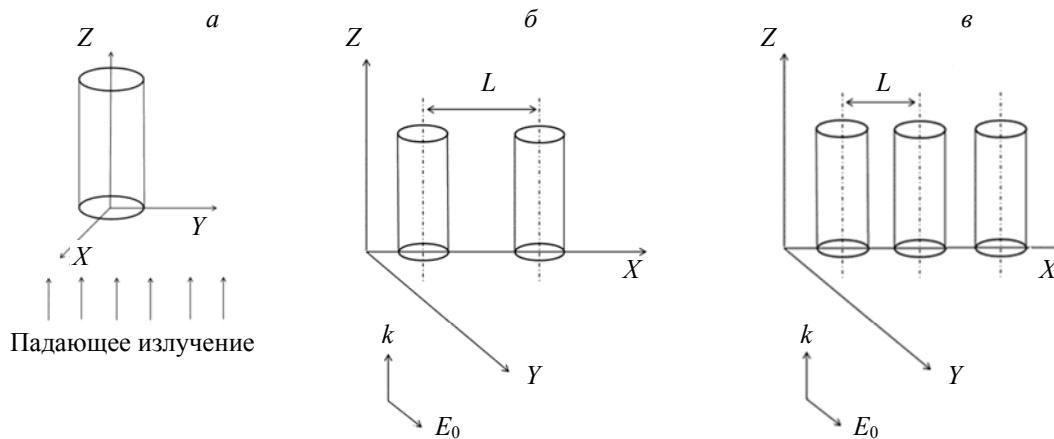


Рис. 1. Схематическое изображение цилиндра конечной длины (а) и линейных агрегатов, состоящих из одинаковых цилиндров, — димера (б) и тримера (в)

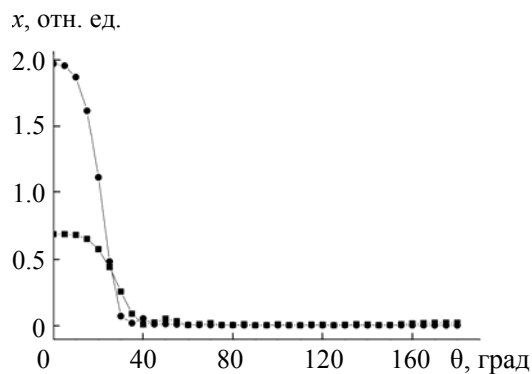


Рис. 2. Индикатрисы рассеяния одиночного цилиндра с  $n = 1.73$  (■) и воздушной цилиндрической поры в материале с  $n_0 = 1.73$  (●) для  $\lambda = 400$  нм,  $d = 100$  нм,  $l = 1500$  нм

На рис. 3 для объектов, состоящих из двух параллельных одинаковых цилиндров конечной длины (димеров), представлены нормированные функции углового распределения интенсивности рассеяния (ФУРИР)  $i(\theta) = |S(\theta)|^2 / \pi$ . Характеристики рассеяния рассматриваются при  $\lambda = 400$  нм,  $n = 1.73$ . Расстояние между осями параллельных цилиндрических частиц в димере  $L = 100$ — $150$  нм. Геометрические размеры каждого из цилиндров:  $d = 100$  нм,  $l = 1500$  нм.

Как видно из рис. 3, а, при увеличении расстояния  $L$  от 100 до 150 нм в системе из двух цилиндров существенно изменяется угловая структура рассеянного димером излучения. При расстоянии между цилиндрами 100 нм в области  $50^\circ$  регистрируется главный минимум рассеяния. При увеличении расстояния между частицами от 100 до 150 нм главный минимум смещается в область меньших

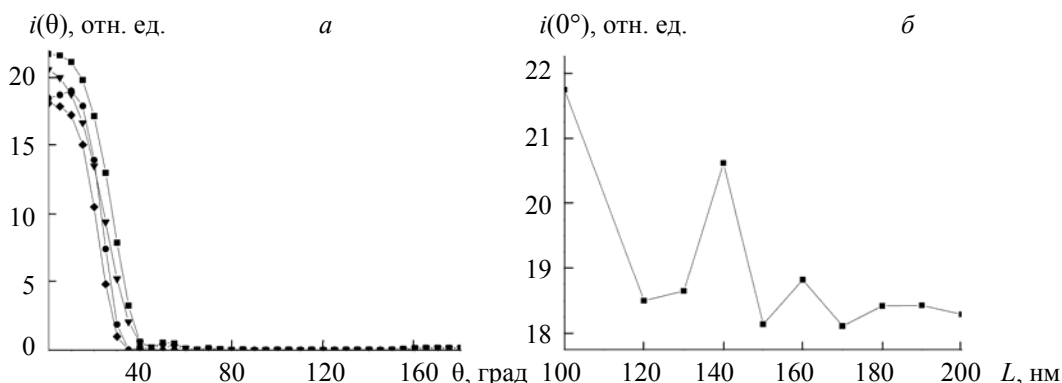


Рис. 3. Функции углового распределения интенсивности рассеяния димера из двух цилиндров с  $d = 100$  нм,  $l = 1500$  нм,  $n = 1.73$ ,  $\lambda = 400$  нм при  $L = 100$  (■),  $120$  (●),  $140$  (▼) и  $150$  нм (◆) (а) и зависимость  $i(0^\circ)$  от расстояния между цилиндрами (б)

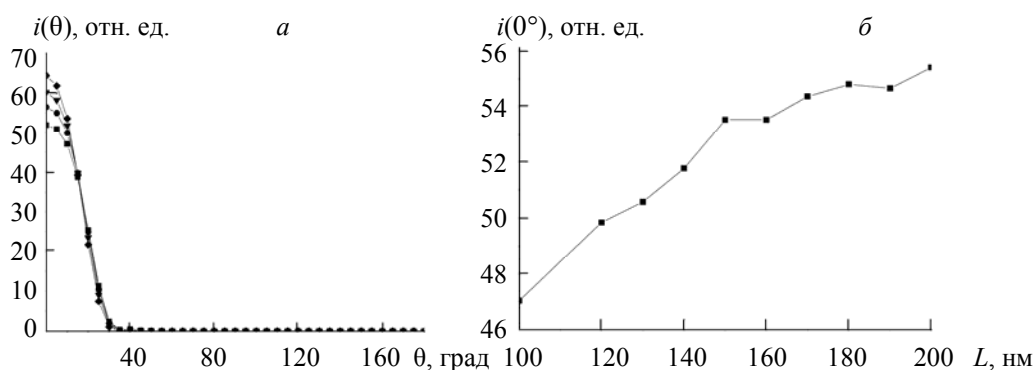


Рис. 4. Функции углового распределения интенсивности рассеяния димера из двух воздушных пор цилиндрической формы с  $d = 100$  нм,  $l = 1500$  нм,  $n_0 = 1.73$ ,  $\lambda = 400$  нм при  $L = 100$  (■),  $120$  (●),  $140$  (▼) и  $150$  нм (◆) (а) и зависимость  $i(0^\circ)$  от расстояния между цилиндрами (б)

углов от  $43$  до  $23^\circ$ . Дополнительные экстремумы отсутствуют. Для  $L = 120$  и  $130$  нм наблюдается подавление интенсивности излучения, рассеянного в углах, близких к направлению вперед. При этом максимум  $i(\theta)$  смещается в область  $\theta \approx 10^\circ$ . Интенсивность излучения, рассеянного строго в направлении вперед, при изменении расстояния  $L$  от  $100$  до  $150$  нм в системе из двух цилиндров, изменяется немонотонно (рис. 3, б). Максимальное значение  $i(0^\circ)$  фиксируется при  $L = 100$  нм, т. е. при минимальном расстоянии между цилиндрами, что объясняется наиболее сильными электродинамическими взаимодействиями между цилиндрами в этом случае. Второй максимум данной характеристики появляется при  $L = 140$  нм. При дальнейшем увеличении расстояния между частицами интенсивность излучения, рассеянного строго в направлении вперед, немонотонно убывает.

На рис. 4 представлены ФУРИР димеров, образованных воздушными цилиндрическими порами, находящимися в среде с  $n_0 = 1.73$ . Как видно из рис. 3 и 4, при переходе от прямого случая к инверсному интенсивность рассеяния системы цилиндров возрастает в несколько раз. Это связано с увеличением дифракционного параметра в инверсном случае. Также в области углов  $10$ — $30^\circ$  значительно меньше, чем в прямом случае, выражена зависимость ФУРИР димера от расстояния между цилиндрами, поскольку сужение ФУРИР при увеличении дифракционного параметра приводит к уменьшению влияния переоблучения, зависящего от  $L$ . Вместе с тем, как и в случае прямых систем, для инверсного случая наблюдается немонотонная зависимость ФУРИР от  $L$  (рис. 4, б), при увеличении расстояния между воздушными порами зависимость ФУРИР от  $L$  немонотонно возрастает. Появление минимумов и максимумов на зависимости  $i(0^\circ)$  от расстояния между цилиндрами связано с изменением условий переоблучения цилиндрами друг друга. Это приводит к изменению эффективного поля, в котором находится каждый из цилиндров, и проявляется в трансформации индикатрисы рассеяния. Можно отметить определенную корреляцию минимумов на рис. 3, б и максимумов на рис. 4, б.

На рис. 5 изображены ФУРИР для объектов, состоящих из трех линейно расположенных одинаковых цилиндров конечной длины. Характеристики рассеяния рассматриваются при  $\lambda = 400$  нм,  $n = 1.73$ ,  $L = 100$ —150 нм. Геометрические размеры каждого из цилиндров задавались такими же, как и в предыдущем случае. Как видно из рис. 5, *а*, при увеличении расстояния от 100 до 150 нм в системе из трех цилиндров изменяется угловая структура ФУРИР — главный минимум смещается в область меньших углов от  $35$  до  $22^\circ$ . Дополнительный экстремум отмечается только у тримера с  $L = 100$  нм. При дальнейшем увеличении расстояния между цилиндрами дополнительные экстремумы не регистрируются. На рис. 5, *б* представлена зависимость функции  $i(0^\circ)$  для системы из трех цилиндров от расстояния между ними. Как видно, интенсивность излучения, рассеянного строго в направлении вперед, при изменении расстояния от 100 до 150 нм в системе из трех цилиндров изменяется не монотонно. Наибольшие значения  $i(0^\circ)$  отмечаются при  $L = 130$  и  $150$  нм. При этом значительно увеличивается вытянутость углового распределения интенсивности рассеяния. Сравнение рис. 3 и 5 показывает, что увеличение количества частиц в линейном агрегате приводит к существенному возрастанию максимально достижимой за счет изменения  $L$  направленности индикатрисы рассеяния. Так, при переходе от димера к тримеру наблюдается увеличение  $i(0^\circ)$  в три раза при  $L \approx 120$ —130 нм и  $L \approx 150$ —160 нм. Минимальное значение функция  $i(0^\circ)$  принимает при  $L = 140$  нм. При увеличении расстояния между цилиндрами от 150 нм и далее  $i(0^\circ)$  уменьшается и зависимость ФУРИР от расстояния  $L$  выходит на асимптотику. Это объясняется уменьшением ближнеполевых взаимодействий и коллективных эффектов когерентной природы между частицами.

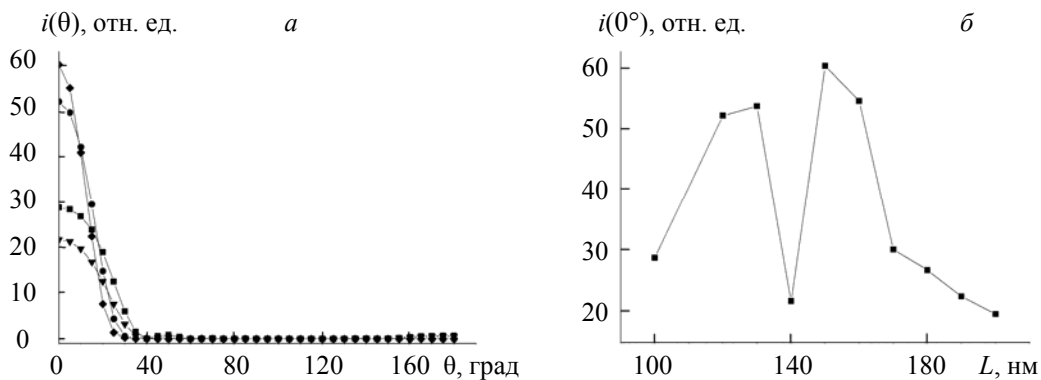


Рис. 5. Функции углового распределения интенсивности рассеяния тримера из трех цилиндров с  $d = 100$  нм,  $l = 1500$  нм,  $n = 1.73$ ,  $\lambda = 400$  нм при  $L = 100$  (■),  $120$  (•),  $140$  (▼) и  $150$  нм (◆) (*а*) и зависимость  $i(0^\circ)$  от расстояния между цилиндрами (*б*)

Согласно принципу электродинамического масштабирования, полученные результаты могут быть перенесены в другой частотный диапазон при соответствующем изменении геометрических размеров объектов. Вышеприведенные данные сопоставлены с экспериментальными результатами для СВЧ-диапазона, поскольку для этого частотного диапазона упрощается задача создания объектов исследования. На рис. 6 приведена блок-схема установки, на которой проведен эксперимент. Установка состоит из генератора Г4-83, трех рупорных антенн, работающих на излучение, прием сигнала и прием отраженного излучения, а также экрана с прямоугольным отверстием. Со стороны передающей антенны экран покрыт поглощающим покрытием (коэффициент поглощения 98 %). В отверстии экрана расположена исследуемая структура. Для вывода результатов в установке предусмотрены индикаторные устройства АРРА109N.

Генератор Г4-83 выполняет функции источника СВЧ-сигнала, калиброванного по частоте, уровню выходной мощности и параметрам импульсной модуляции. Частотный диапазон данного устройства 7.5—10.5 ГГц, относительная погрешность установки частоты по шкале прибора  $\leq 0.5\%$ . Антенны размером  $11 \times 11$  см имеют пирамидальный вид, детекторная секция сечением  $28.5 \times 12.6$  мм. Экран имеет размеры  $1 \times 1$  м, отверстие  $20 \times 20$  см. АРРА109N — мультиметр.

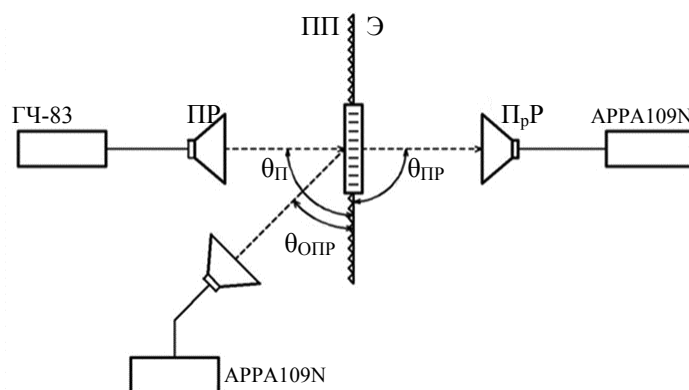


Рис. 6. Блок-схема экспериментальной установки

С генератора подается сигнал на детекторную секцию передающей рупорной антенны. Электромагнитная волна, излучаемая рупорной антенной, падает на исследуемый образец. Прошедшая волна попадает на приемный рупор, и результат регистрируется на индикаторном устройстве АРРА109N. Отраженная волна также попадает на приемную антенну, расположенную перед экраном, и регистрируется подобным устройством (АРРА109N) [17].

На рис. 7 представлены угловые зависимости интенсивности рассеянного излучения  $A(\Theta)$ . Образцы состоят из одного диэлектрического цилиндра и системы из трех диэлектрических цилиндров, расположенных на расстоянии 2 см друг от друга, с показателем преломления 1.73. Образцы закреплены на подложке из того же материала толщиной 2 мм. Измерения проводились на частоте 7650 МГц. Длина цилиндра 15 см, диаметр 1 см.

На основании рис. 7 можно сделать вывод, что характеристика одиночного цилиндра, как и тримера, имеет один главный максимум и два боковых лепестка, интенсивность рассеяния в которых крайне мала. Угловое распределение рассеянного тримером излучения характеризуется большей вытянутостью в направлении вперед, чем угловое распределение излучения, рассеянного отдельным цилиндром. Это можно объяснить электродинамическими взаимодействиями в упорядоченной мало-частичной системе, которые существенным образом проявляются при рассеянии в направлении вперед. При переходе от одного цилиндра к системе из трех цилиндров наблюдается также некоторое увеличение интенсивности излучения, рассеянного в боковых направлениях.

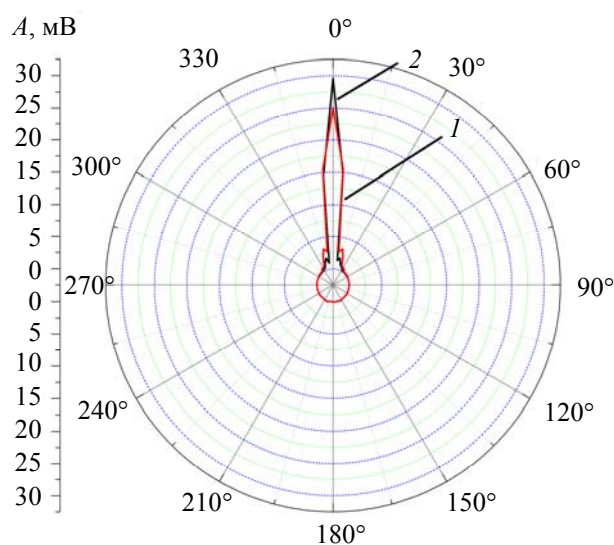


Рис. 7. Угловая зависимость интенсивности рассеянного излучения:  
1 — одиночный цилиндр, 2 — система из трех цилиндров

Изменения характеристик углового распределения интенсивности излучения, рассеянного тримером, по сравнению с рассеянным одним цилиндром соответствуют результатам моделирования, представленным на рис. 2 и 5.

**Заключение.** Электродинамические взаимодействия в системе упорядоченных цилиндрических рассеивателей зависят от оптико-геометрических характеристик агрегата и существенно влияют на угловую зависимость интенсивности рассеянного излучения. Анализ функций углового распределения интенсивности рассеяния для димеров, состоящих из цилиндров с относительным показателем преломления  $n > 1$  (прямые системы), и для аналогичных по размерным параметрам димеров, состоящих из цилиндров с  $n < 1$  (инверсные системы), показывает значительное увеличение степени вытянутости в направлении вперед функций углового распределения интенсивности рассеяния инверсных систем по сравнению с прямыми системами. Это связано с возрастанием поперечного параметра дифракции  $\rho_d = \pi d n_0 / \lambda_0$  при переходе от прямой системы к инверсной. Ближнеполевые взаимодействия и коллективные эффекты когерентной природы, возникающие при близком расположении цилиндров в димерах и тримерах, приводят к немонотонной зависимости  $i(0^\circ)$  от расстояния  $L$  между цилиндрами, образующими эти линейные агрегаты. Увеличение количества частиц в линейном агрегате приводит к существенному возрастанию максимально достижимой за счет изменения  $L$  направленности индикатрисы рассеяния.

- [1] Dielectric Metamaterials: Fundamental, Designs and Applications, Eds. Igal Brener, Sheng Liu, Isabelle Staude, Jason Valentine, Christopher Holloway, Woodhead Publishing (2019)
- [2] **S. Garopenko.** Introduction to Nanophotonics, Cambridge University Press, Cambridge, UK (2010)
- [3] **М. В. Рыбин, М. Ф. Лимонов.** УФН, **189** (2019) 881—898
- [4] **S. O'Brien, J. B. Pendry.** J. Phys. Condens. Matter, **14** (2002) 4035—4042
- [5] **A. I. Kuznetsov, A. E. Miroshnichenko, M. L. Brongersma, Yu. S. Kivshar, B. Luk'yanchuk.** Science, **354**, N 6314 (2016) 2472
- [6] **Jorik van de Groep, Toon Coenen, Sander A. Mann, Albert Polman.** Optica, **3** (2016) 93—99
- [7] **K. B. Samusev, M. V. Rybin, A. K. Samusev, M. F. Limonov.** Phys. Sol. State, **57**, N 10 (2015) 1991—1996
- [8] **L. Carletti, K. Koshelev, C. De Angelis, Yu. Kivshar.** Phys. Rev. Lett., **121** (2018) 033903
- [9] **K. Busch, S. Lolkes, R. B. Wehrspohn, H. Foll.** Photonic Crystals: Advances in Design, Fabrication and Characterization, Wiley-VCH, Weinheim (2004)
- [10] **A. D. Sinelnik, M. V. Rybin, S. Y. Lukashenko, M. F. Limonov, K. B. Samusev.** Phys. Rev. A, **95**, N 6 (2017) 063837
- [11] **В. С. Горелик, С. О. Климонский, В. В. Филатов, К. С. Напольский.** Опт. и спектр., **120**, № 4 (2016) 562—568
- [12] **В. Г. Верещагин, Р. А. Дынич, А. Н. Понявина.** Журн. прикл. спектр., **66**, № 1 (1999) 60—64 [V. G. Vereshchagin, R. A. Dynich, A. N. Ponyavina. J. Appl. Spectr., **66** (1999) 62—67]
- [13] **Р. А. Дынич, В. А. Ковтун-Кужель, А. Н. Понявина.** Журн. прикл. спектр., **78**, № 6 (2011) 874—879 [R. A. Dynich, V. A. Kovtun-Kuzhel, A. N. Ponyavina. J. Appl. Spectr., **78** (2012) 817—822]
- [14] **C. Wang, Z. Y. Jia, K. Zhang, Y. Zhou, R. H. Fan, X. Xiong, R. W. Peng.** J. Appl. Phys., **115** (2014) 244312
- [15] **P. Albella, M. A. Poyli, M. K. Schmidt, S. A. Maier, F. Moreno, J. J. Sáenz, J. Aizpurua.** J. Phys. Chem. C, **117** (2013) 13573—13584
- [16] **А. Г. Дмитриенко, Е. П. Гольцварт.** Изв. вузов. Радиофизика, **576**, № 3 (2014) 218—230
- [17] **В. А. Ковтун-Кужель, Д. В. Заерко, А. П. Самородов.** Изв. вузов. Физика, **56** № 8-2 (2013) 236—238